

Rôzne metódy manažérstva kvality/jakosti

Štatistika

Práca č.3, 4, 5: Plánovanie experimentov (DoE – *Design of Experiment*)

Obsah

Obsah.....	2
Zoznam obrázkov.....	3
Zoznam tabuliek.....	3
1 Úvod	5
1.1 Účel/cieľ/zámer Design of Experiment.....	5
1.2 Taguchi filozofia	6
1.3 Základná terminológia.....	6
1.4 Všeobecný postup pri vypracovávaní DoE	7
2 Praktická ukážka vypracovania DoE	8
2.1 Definícia alebo popis problému	8
2.2 Stanovenie sledovanej premennej.....	9
2.3 Výber faktorov a ich úrovní.....	9
2.4 Výber plánu experimentu	10
2.5 Realizácia experimentu	11
2.6 Analýza experimentu	12
2.6.1 Analýza hlavného účinku jednotlivých faktorov	12
2.6.2 Interakcie (závislosti) medzi jednotlivými faktormi.....	15
2.6.3 Efekt	16
2.6.4 Analýza efektov pomocou Paretovho diagramu.....	19
2.6.5 Matematický model pre predpovedanie experimentu založený na efekte faktorov	21
2.6.6 ANOVA – analýza rozptylu	22
2.6.7 Hodnotenie kontrastu faktora	28
3 Záver – vyhodnotenie	35
3.1 Analýza hlavného účinku faktorov	35
3.2 Interakcie (závislosti) medzi jednotlivými faktormi.....	37
3.3 Analýza efektu faktorov	37
3.3.1 Matematický model	38
3.3.2 Analýza ANOVA.....	38
3.4 Analýza kontrastu faktora.....	39
3.4.1 ANOVA z kontrastov faktorov	39
3.4.2 Matematický model založený na kontraste faktorov	40
Použitá literatúra	41

Zoznam obrázkov

Obr. 1	Popísanie vplyvov pomocou Ishikawovho diagramu	8
Obr. 2	Náčrt papierovej helikoptéry	9
Obr. 3	Hlavný účinok jednotlivých faktorov a ich úrovni na výstup Y	13
Obr. 4	Hlavný účinok jednotlivých faktorov a ich úrovni na výstup Y	14
Obr. 5	Smerodajná odchýlka (rozptylka) jednotlivých faktorov na výstup Y	14
Obr. 6	Podklad pre výpočet závislosti	15
Obr. 7	Výpočet závislosti jednotlivých faktorov a ich úrovne	15
Obr. 8	Závislosť medzi úrovňami jednotlivých faktorov	15
Obr. 9	Normálny diagram efektu	17
Obr. 10	Polovičný diagram efektu	18
Obr. 11	Efekt jednotlivých faktorov zobrazený pomocou stĺpcového diagramu	18
Obr. 12	Pareto diagram faktorov	20
Obr. 13	Efekt faktorov založený na kontraste faktorov	31
Obr. 14	Hlavný účinok jednotlivých faktorov a ich úrovni na výstup Y	35
Obr. 15	Smerodajná odchýlka (rozptylka) jednotlivých faktorov na výstup Y	36
Obr. 16	Závislosť medzi úrovňami jednotlivých faktorov	37
Obr. 17	Efekt jednotlivých faktorov zobrazený pomocou stĺpcového diagramu	37
Obr. 18	Efekt faktorov založený na kontraste faktorov	39

Zoznam tabuliek

Tab. 1	Horné a dolné hodnoty parametrov	9
Tab. 2	Chybne určené horné a dolné hodnoty parametrov	9
Tab. 3	Počet experimentov podľa počtu faktorov	10
Tab. 4	Ortogonalna sústava L_8 pre 4 až 8 faktorov v dvoch úrovniach	10
Tab. 5	Návrh parametrov pre experimenty	11
Tab. 6	Hodnoty jednotlivých faktorov pre jednotlivé experimenty	11
Tab. 7	Namerané hodnoty z experimentu	12
Tab. 8	Hlavné účinky faktorov na výstup Y	12
Tab. 9	Vypočítané efekty faktorov	16
Tab. 10	Hodnoty pre úplný normálny diagram efektu	17
Tab. 11	Hodnoty pre polovičný normálny diagram efektu	18
Tab. 12	Hodnoty pre Pareto diagram	19
Tab. 13	Výsledok matematického modelu	21
Tab. 14	Výsledok matematického modelu úplného experimentu	22
Tab. 15	Hodnoty pre výpočet ANOVA	23

Tab. 16	Výpočet hodnoty F pomocou metódy ANOVA.....	24
Tab. 17	ANOVA – zlúčené úrovne faktorov.....	24
Tab. 18	Výpočet ANOVA z priemerov jednotlivých experimentov	25
Tab. 19	Výpočet ANOVA s použitím všetkých nameraných hodnôt	25
Tab. 20	Výpočet ANOVA jednotlivých faktorov.....	26
Tab. 21	Postup výpočtu ANOVA	27
Tab. 22	Vypočítané hodnoty ANOVA.....	27
Tab. 23	Návrh kontrastov faktorov a ich interakcií	28
Tab. 24	Súčet odoziev	28
Tab. 25	Výpočet kontrastu faktora.....	29
Tab. 26	Kontrasty faktorov a interakcií - opravený	29
Tab. 27	Kontrasty faktorov a interakcií – pôvodný - CHYBNÝ	29
Tab. 28	Koeficienty potrebné k výpočtu ANOVA	30
Tab. 29	Koeficienty potrebné k výpočtu ANOVA – pôvodný - CHYBNÝ	30
Tab. 30	Výpočet hodnoty F a P.....	31
Tab. 31	Výpočet hodnoty F a P bez interakcie ABCD	32
Tab. 32	Koeficienty významných	33
Tab. 33	Koeficienty významných faktorov - pôvodný - CHYBNÝ	33
Tab. 34	Porovnanie výsledkov z experimentu a vypočítaných pomocou matematického modelu	33
Tab. 35	Porovnanie výsledkov z experimentu a z matematického modelu - pôvodný - CHYBNÝ	33
Tab. 36	Predpokladané výsledky experimentu podľa matematického modelu	34
Tab. 37	Namerané hodnoty z experimentu.....	35
Tab. 38	Výsledok matematického modelu úplného experimentu.....	38
Tab. 39	Výpočet hodnoty F a P bez interakcie ABCD	39

1 Úvod

Táto metóda je pre mňa to najzaujímavejšie čo som sa na univerzite učil. Úlohou tohto článku, je iba oboznámiť so základným zostrojením/používaním tejto metódy. Nebudem to tu moc podrobne popisovať.

Podklady pre tento článok vznikli 18.03.2008 ako iniciatívna aktivita, keďže ma táto metóda zaujala a nepamätám si už prečo som sa rozhodol, že vypracujem ešte raz dané zadanie doma.

Na vypracovanie tejto metódy existujú softvérové programy ako napr. zásuvný modul do MS Excel DOE PRO XL 2007 od spoločnosti Digital computations, MiniTab a iné.

Navrhovanie experimentov (DoE – *Design of Experiment*) je metóda založená na vopred určenej zmene hodnôt faktorov a hodnotením pôsobenia na výstup **Y**.

Experimenty sa riadia plánom experimentov, ktorý stanovuje počet pokusov, z ktorých sa experiment skladá, podmienky, za ktorých sa jednotlivé pokusy uskutočnia a poradie pokusov [1].

1.1 Účel/cieľ/zámer Design of Experiment

Navrhnutie experimentov má veľa potenciálnych použití v zlepšovaní procesov a výrobkov

- **Porovnanie alternatív:** keby sme okrem rozmerov papierovej helikoptéry, testovali aj druh použitého papiera (bežný kancelársky papier vs. kriedový papier). Výsledkom by bolo porovnanie alternatív použitého papiera, ak by faktor nebol významný tak by sa používala lacnejšia alternatíva a ak bol tak by sa používala drahšia/kvalitnejšia alternatíva (v tomto prípade by bolo následne potrebné zvážiť, aký vplyv má táto úroveň faktora na výsledok – pretože to zmení správanie sa papierovej helikoptéry)
- **Identifikovanie významných vstupov (faktorov):** určenie hlavných faktorov ktoré najviac ovplyvňujú výstupov (odozvu) a ich oddelenie od mnohých nepodstatných
- **Dosiahnutie optimálneho výstupu procesu (odozvy):** aké sú nevyhnutné faktory a aké sú ich úrovne (level)
- **Zníženie variability:** určenie či môžu byť faktory a ich úrovne zmenené tak, aby sme dosiahli s väčšou pravdepodobnosťou ten istý výsledok
- **Minimalizácie, maximalizácia alebo zmenenie cieľa výstupu (odpovede):** príklad z koláčom: *nakolko musí byť vlhký aby sa nerozdobil*
- **Zlepšiť proces alebo produkt „robustnosť“:** vhodnosť pre použitie za rôznych podmienok. *„môžu byť faktory a ich úrovne (recept) zmenené, tak aby koláč bol takmer rovnaký, bez ohľadu na to aký typ trúby (elektrická, plynová, teplovzdušná) bude použitý?“*
- **Vyvážené kompromisy:** keď sú tam viacnásobné kritické charakteristiky kvality (*Critical to Quality Characteristics – CTQCs*) – *„ako spraviť čo najlepší koláč s čo najmenej zložkami (čo najjednoduchší recept) a s čo najkratšou dobo pečenia?“* [4]

Pri navrhovaní experimentu, je potrebné venovať zvláštnu pozornosť na štyri potenciálne pästi, ktoré môžu vytvoriť v experimentálne ťažkosti [4]:

1. Okrem chyby merania (*measurement error*), ďalšie zdroje chýb alebo nevysvetliteľné variácie, môžu zahmlieť (zatemniť) výsledok.
2. Nekontrolovateľné faktory, ktoré spôsobujú variáciu (odchýlky) pri normálnej prevádzke „šumové faktory“ (*noise factors*). Tieto faktory ako viac strojov, rôzne zmeny (ranná zmena, poobedná zmena - *shifts*), základné suroviny a iné, môžu byť zaradené do experimentu.

Kľúčová sila návrhu experimentu je schopnosť určiť faktory a nastavenia ktoré minimalizujú efekty neovplyvniteľných faktorov.

3. Korelácia môže byť často zameniteľná s príčinou. Dva faktory, ktoré sa odlišujú môžu mať vzájomný vzťah (korelačné), bez toho aby jeden pôsobil na druhý – môžu obidva spôsobiť tretí faktor.

Pr.: *V procese porcelánového smaltovania vane sa občas vyskytuje problém s drsnosťou skloviny. Manažér zistí, že tento problém sa vyskytuje v dňoch s nižšou výrobnou produktivitou. Pokiaľ by boli údaje analyzované bez znalosti o fungovaní procesu, mohlo by dôjsť k chybným záverom.*

Dôvodom bolo nadmerné absentérstvo, keď bežný operátori boli nahradení menej skúseným pracovníkom.

Kľúčom je zahrnúť do procesu ľudí ktorý pracujú s procesom denno-denne.

4. Kombinácia účinkov alebo interakcie medzi faktormi vyžadujú opatrné myslenie pred vykonaním experimentu. *Pestovanie – ak pridáme viac vody má to lepší efekt, ak pridáme veľa vody začnú rastliny hniť, rovnako s hnojivom ak ho dáme veľa má to negatívny výsledok.* Faktory môžu tvoriť nelineárne efekty, ktoré musia byť študované viac komplexne nie len s dvoj úrovňovým nastavením (*3-úrovňovú analýzu procesu som nenašiel vysvetlenú, ale sú SW programy ktoré ju dokážu zrealizovať*).

1.2 Taguchi filozofia

Taguchiho filozofia je založená na troch jednoduchých a podstatných konceptoch [5]:

1. Kvalita by mala byť navrhovaná do produktu a nie kontrolovaná
2. Kvalita je najlepšie dosiahnuteľná minimalizovaním odchýlok od cieľa. Produkt by mal byť navrhnutý, tak aby bol odolný voči „*nekontrolovateľnosti*“ (náhodné vplyvy).
3. Cena kvality by mala byť meraná ako funkcia odchýlky od štandardu a strata by mala byť meraná široký systém

Taguchi veril, že je lepšie zlepšovať kvalitu návrhom a zostrojením. Zlepšovanie kvality začína na samom začiatku počas etapy návrhu produktu, alebo procesu a pokračuje cez výrobnú fázu. Taguchi pozoroval že nízka kvalita nemôže byť zlepšená procesom inšpekcie, preverovania a opravy (*salvaging*). Inšpekcia iba narába so symptómami [5].

Druhý princíp sa zaoberá efektívnymi metódami. Tvrdí, že kvalita je spojená s odchýlkou od navrhnutých parametrov z cieľovej hodnoty, nezhody určitých špecifikácií [5].

Tretí princíp vyzýva na meracie odchýlky od daného navrhnutého parametra v zmysle od celkového životného cyklu ceny produktu. Táto cena môže zahrňovať cenu zošrotovania, prepracovania, inšpekcie, reklamácie [5].

1.3 Základná terminológia

Faktor: vstup do procesu. Faktory môžu byť klasifikované ako ovplyvniteľné (kontrolovateľné), alebo neovplyvniteľné (nekontrolovateľné) premenné. Potenciálne faktory vplyvajúce na proces možno graficky popísať (znázorniť) pomocou Ishikavovho diagramu rybej kosti

Úrovne (level): nastavenie (hodnota) jednotlivých faktorov

Výstup (odozva) experimentu: merateľné výsledky potenciálne ovplyvňované faktormi a ich úrovňami

1.4 Všeobecný postup pri vypracovávaní DoE

1. **Definícia alebo popis problému**
 - definovanie cieľa experimentu
 - zostavenie expertného tímu a určenie zodpovednosti
 - definovanie vplyvov na experiment (riešený problém)
2. **Stanovenie sledovanej premennej** - musí sa vybrať taká premenná, ktorá poskytuje užitočnú informáciu o procese
3. **Výber faktorov a ich úrovni**
 - nutná znalosť procesu
 - osvedčuje sa kombinácia praktických skúseností a teoretických vedomostí
 - musia sa vybrať faktory, ktoré sa budú v procese meniť
 - vybrať dôležité faktory (každý faktor rádovo zväčšuje experiment)
 - určenie dolných a horných hodnôt jednotlivých faktorov
4. **Výber plánu experimentu:** plán experimentu predpisuje nastavenie hodnôt faktorov pre jednotlivé testy experimentu.
5. **Uskutočnenie experimentu:** je dôležité sledovať dodržovanie plánu experimentu
6. **Analýza experimentu:** k analýze dát sa používajú štatistické metódy (spracovanie dát uľahčujú štatistické softvéry), výstupy sú vo forme tabuliek alebo grafov
7. **Záver a odporúčania**

2 Praktická ukážka vypracovania DoE

2.1 Definícia alebo popis problému

Definovanie problému: cieľom experimentu je navrhnúť optimálne rozmery papierovej helikoptéry (vrtuľky), aby sa dosiahol, čo možno najdlhší čas letu (plachtenia).

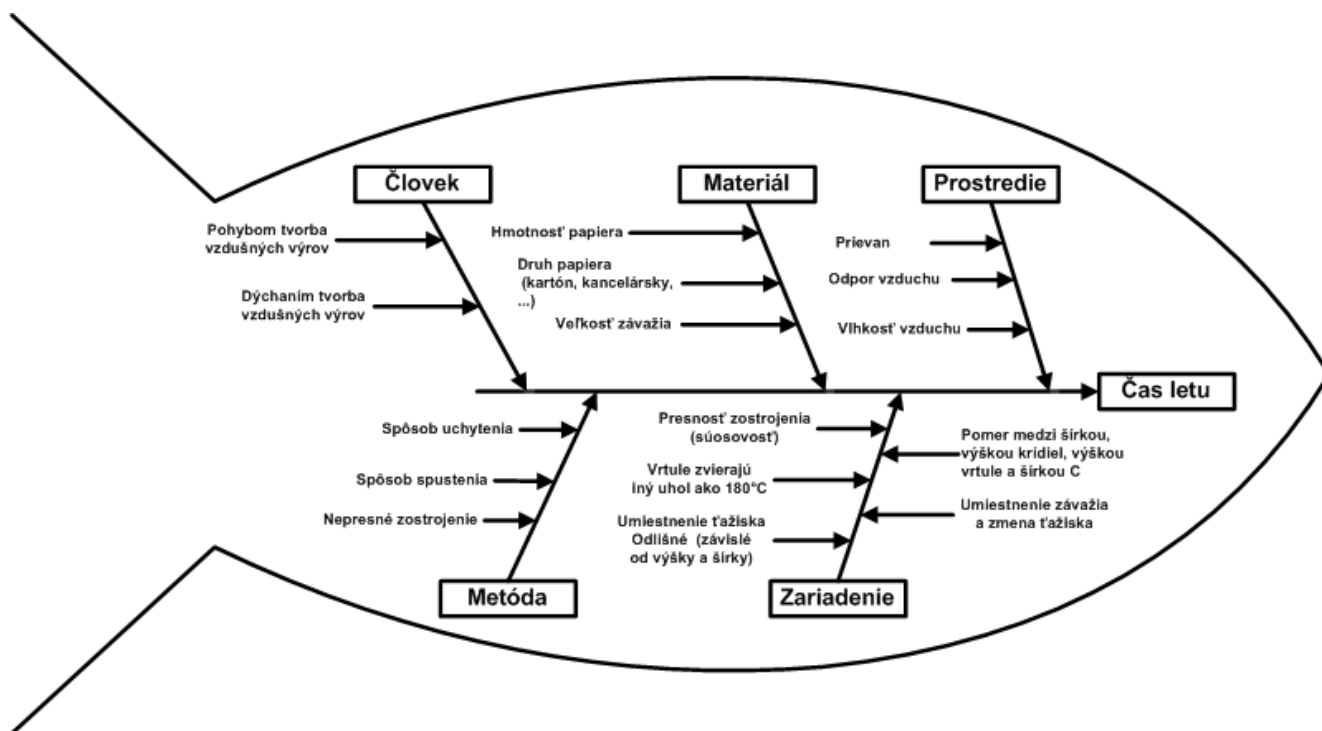
Zostavenie expertného tímu: ktorý bude realizovať prvotnú analýzu a následne vykonať experiment (v praxi, môže byť následne pre ďalšie fázy vytvorený ďalší/iný tím)

(Toto je iba ukážka ako by sa to v praxi mohlo riešiť. V tomto prípade bol za všetky činnosti zodpovedný iba jeden človek)

Určenie povinnosti a zodpovednosti:

- **Inžinier:** návrh rozmerov a zostrojenie
- **Kvalitár:** prevádzanie pokusov a zapisovanie údajov
- **Manažér:** zodpovedný za vyhodnotenie experimentu a tvorbu dokumentácie

Určenie vplyvov (analýza): k popísaniu možných vplyvov na experiment bol použitý Ishikawov diagram (rybej kosti), ktorý je na obr.1 Popísanie vplyvov pomocou Ishikawovho diagramu.



Obr. 1 Popísanie vplyvov pomocou Ishikawovho diagramu

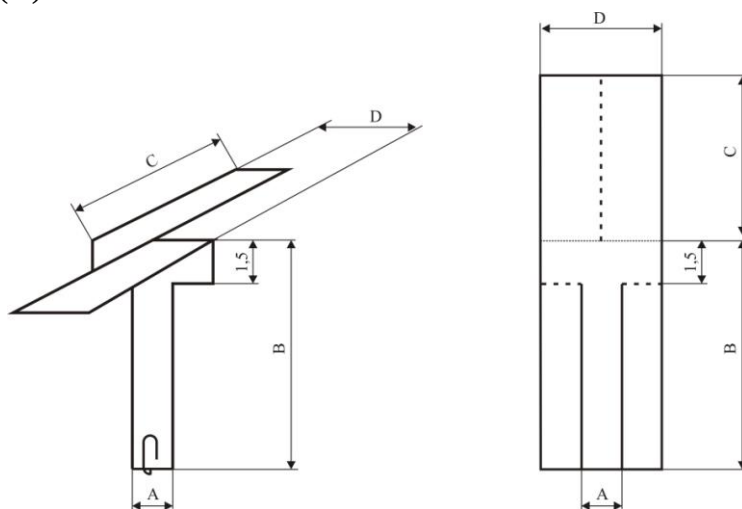
2.2 Stanovenie sledovanej premennej

Určenie/stanovenie sledovanej veličiny: sledovanou veličinou bude čas [s] letu papierovej helikoptéry (čas od pustenia do dopadu na zem)

2.3 Výber faktorov a ich úrovní

Výber faktorov: v rámci analýzy (brainstormingu) sa rozhodlo, že na dĺžku letu majú pravdepodobne najväčší vplyv nasledujúce parametre obr.2:

- Šírka (A)
- Výška vrtule (B)
- Dĺžka krídla (vrtule) (C)
- Šírka krídel (D)



Obr. 2 Náčrt papierovej helikoptéry

Určenie dolných a horných hodnôt parametrov:

Tab. 1 Horné a dolné hodnoty parametrov

Factor (Level)	Názov	Low [cm]	High [cm]
A	Šírka	1	2
B	Výška vrtule	3	7
C	Dĺžka krídla	5	7
D	Šírka krídel	4	6

Pri pôvodnom experimente som zle zostavil navrhoval hornú a dolnú úroveň faktorov B a C, pretože dolná úroveň (*low*) musí byť menšia ako horná úroveň (*high*)

Tab. 2 Chybné určené horné a dolné hodnoty parametrov

Factor (Level)	Názov	Low [cm]	High [cm]
A	Šírka	1	2
B	Výška vrtule	7	3
C	Dĺžka krídla	7	5
D	Šírka krídel	4	6

Pri realizovaní vyhodnotenia (analýzy) pokusu som túto chybu vyriešil tým, že som usporiadal pokusy podľa správneho poradia. E4, E8, E2, E6, E3, E7, E1, E5.

(tento krok som nevedel kde mam zaradiť, pretože podľa mňa by mal nasledovať až po zadaní parametrov, ktoré sa budú meniť)

Určenie prostredia (miesta) realizácie experimentu a určenie potrebných zdrojov (nástroje, pracovníci, priestory):

- **Miesto experimentu:** experiment bude realizovaný v uzavretej miestnosti, aby sa minimalizoval vplyv prúdenia vzduchu (prievan)
- **Popísanie prostredia:** teplota približne 20,5 °C
- **Nástroje:** bežný kancelársky papier, mobilný telefón (stopky), rebrík, nožnice, kancelárska spinka
- **Potrebné ľudské zdroje:** 1 pracovník (kvalitár)

2.4 Výber plánu experimentu

Pri úplnom experimente, kedy by sa otestovali všetky varianty by bolo potrebné zostaviť 16 experimentov ($2^{\text{počet faktorov}} = 2^4 = 16$).

Tab. 3 Počet experimentov podľa počtu faktorov

Počet faktorov	Počet úrovní	Počet testov	
		Kompletný návrh	Taguchiho
2	2	4	4
3	2	8	4
4	2	16	8
7	2	128	8
15	2	32.768	16

Zdroj: JAŠKOVÁ [3]

Tab. 4 Ortogonálna sústava L_8 pre 4 až 8 faktorov v dvoch úrovniach

Číslo experimentu	1	2	3	4	5	6	7
E1	-	-	-	-	-	-	-
E2	-	-	-	+	+	+	+
E3	-	+	+	-	-	+	+
E4	-	+	+	+	+	-	-
E5	+	-	+	-	+	-	+
E6	+	-	+	+	-	+	-
E7	+	+	-	-	+	+	-
E8	+	+	-	+	-	-	+

Zdroj: JAŠKOVÁ [3]

Pre experiment bol vybratý polovičný plán. Každý experiment bude zrealizovaný 10x.

(je možné, že v praxi je vyžadované aj opakované meranie realizovať v náhodnom poradí, nie len poradie experimentov)

Tab. 5 Návrh parametrov pre experimenty

Expe.	A	B	C	D=ABC
	Šírka	Výška vrtule	Dĺžka krídla	Šírka krídiel
E1	-	-	-	-
E2	-	-	+	+
E3	-	+	-	+
E4	-	+	+	-
E5	+	-	-	+
E6	+	-	+	-
E7	+	+	-	-
E8	+	+	+	+

Tabuľka pre plný experiment by bola navrhnutá systémom

Prvý stĺpec: 1x (-) 1x(+) a tak ďalej)

Druhý stĺpec: 2x (-) 2x(+) a tak ďalej)

Tretí stĺpec: 4x (-) 4x(+) a tak ďalej)

Štvrtý stĺpec: 8x (-) 8x(+) a tak ďalej)

A tak ďalej vždy je to raz toľko ako bolo predchádzajúce

Možno sa stretnúť aj s tým, že pri polovičnom teste sa posledný parameter vypočítava ako násobok znamienok predchádzajúcich, teda pre prvú polovicu $D = A*B*C$ a pre druhú polovicu $D = -A*B*C$

2.5 Realizácia experimentu

Jednotlivé experimenty by sa mali zrealizovať v náhodnom poradí

Tab. 6 Hodnoty jednotlivých faktorov pre jednotlivé experimenty

	Factor	A	B	C	D=ABC
Por.	Expe.	Šírka (C)	Výška vrtule	Dĺžka krídla	Šírka krídiel
1	E4	1	3	5	4
2	E8	2	3	5	6
3	E2	1	7	5	6
4	E6	2	7	5	4
5	E3	1	3	7	6
6	E7	2	3	7	4
7	E1	1	7	7	4
8	E5	2	7	7	6

Tab. 7 Namerané hodnoty z experimentu

Por.	Expe.	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y	S
1	E4	2,25	2,38	2,13	2,10	2,31	2,23	2,27	2,27	2,21	2,25	2,240	0,081
2	E8	2,12	1,88	1,97	2,18	2,10	2,70	2,36	2,26	2,67	2,37	2,261	0,272
3	E2	2,01	2,10	2,03	1,92	1,99	2,07	1,97	1,92	2,00	2,09	2,010	0,064
4	E6	2,02	1,85	2,08	1,88	1,99	2,09	1,96	2,03	1,98	1,98	1,986	0,077
5	E3	2,18	2,55	2,20	2,27	2,29	2,30	2,19	2,18	2,22	2,23	2,261	0,111
6	E7	1,92	1,74	1,93	2,41	2,01	2,08	2,19	2,06	2,34	2,17	2,085	0,202
7	E1	2,73	2,73	2,88	2,68	2,73	2,68	2,59	2,73	2,87	2,63	2,725	0,092
8	E5	2,49	2,52	2,46	2,48	2,49	2,51	2,60	2,56	2,60	2,57	2,528	0,051

Priemerná hodnota výstupu experimentu: $\bar{Y}_{Ei} = \frac{\sum Y_{Eij}}{n}$

Smerodajná odchýlka výstupu (Y): $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (Y_{Eij} - \bar{Y}_{Ei})^2}$

2.6 Analýza experimentu

Analýza priemeru výstupu: najväčšia priemerná hodnota výstupu Y bola dosiahnutá pri E1 (2,725)

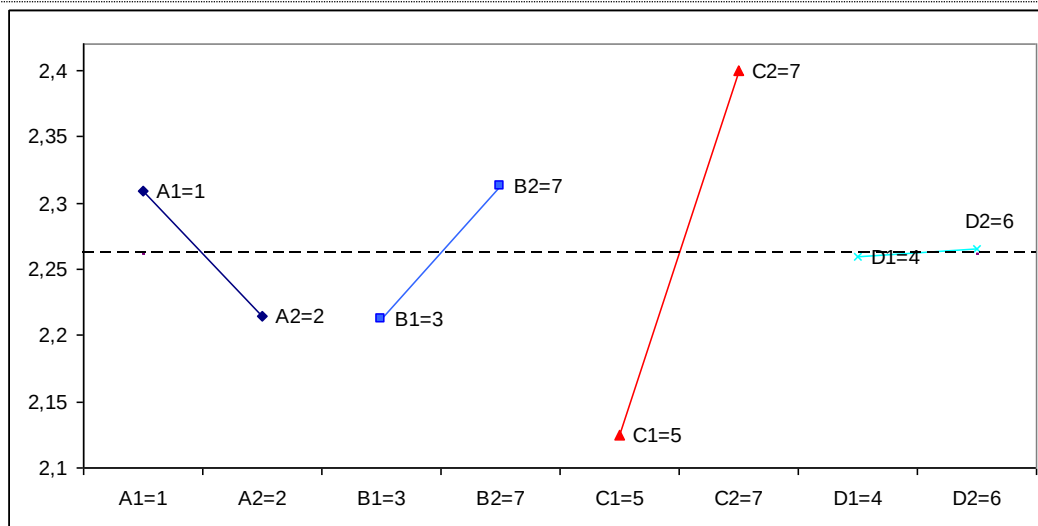
2.6.1 Analýza hlavného účinku jednotlivých faktorov

Jednotlivé hodnoty A₁, A₂, B₁, ... D₂ sú priemerné hodnoty z priemeru výslednej hodnoty (Y) v ktorej sa daný parameter nachádzal. Teda pre:

- A₁ sú to hodnoty s experimentov, kde parameter A mal hodnotu 1 teda E₁, E₂, E₃, E₄
- A₂ sú to hodnoty s experimentov, kde parameter A mal hodnotu 2 teda E₅, E₆, E₇, E₈
- B₁ sú to hodnoty s experimentov, kde parameter B mal hodnotu 3 teda E₃, E₄, E₇, E₈
- B₂ sú to hodnoty s experimentov, kde parameter B mal hodnotu 7 teda E₁, E₂, E₅, E₆

Tab. 8 Hlavné účinky faktorov na výstup Y

Y								
A1=1	A2=2	B1=3	B2=7	C1=5	C2=7	D1=4	D2=6	Y
2,309	2,215	2,212	2,312	2,124	2,400	2,259	2,265	2,262



Obr. 3 Hlavný účinok jednotlivých faktorov a ich úrovni na výstup Y

Pozn.: pri vytváraní tohto grafu som mal problém ako spraviť aby jednotlivé úsečky boli oddelené od seba a neprekrižovali sa. Vyriešil som to spôsobom, vytvorenia nasledujúcej tabuľky, ktorá je podkladom pre zostavenie grafu

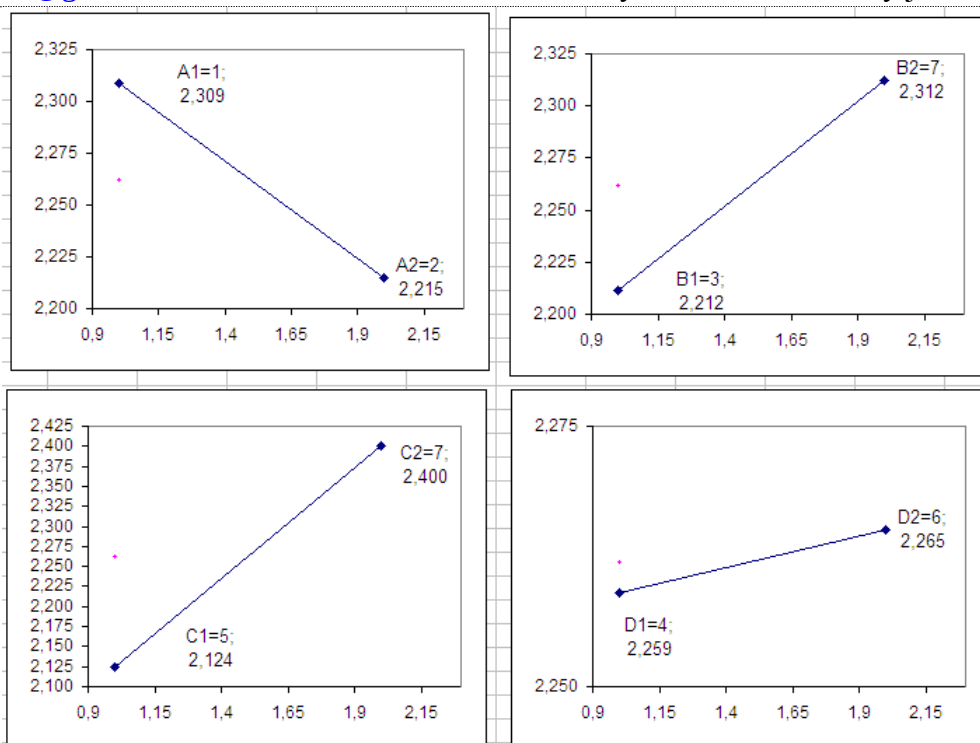
Typ grafu: čiarový,

Menovka osi kategórie X: A2 až A9

Hodnoty: 2 až 9 (pričom pri každom faktore sú vynechané hodnoty ostatných faktorov až na Y ktorý predstavuje priemernú hodnotu).

	A	B	C	D	E	F
1		A	B	C	D	Y
2	A1=1	2,309				2,262
3	A2=2	2,215				
4	B1=3		2,21175			
5	B2=7		2,31225			
6	C1=5			2,12425		
7	C2=7			2,39975		
8	D1=4				2,259	
9	D2=6				2,265	2,262

Vypovedajúca hodnota efektu v jednom grafe s rovnakou osou mi pripadá viac vypovedajúce ako 4 osobitné grafy s odlišnou osou

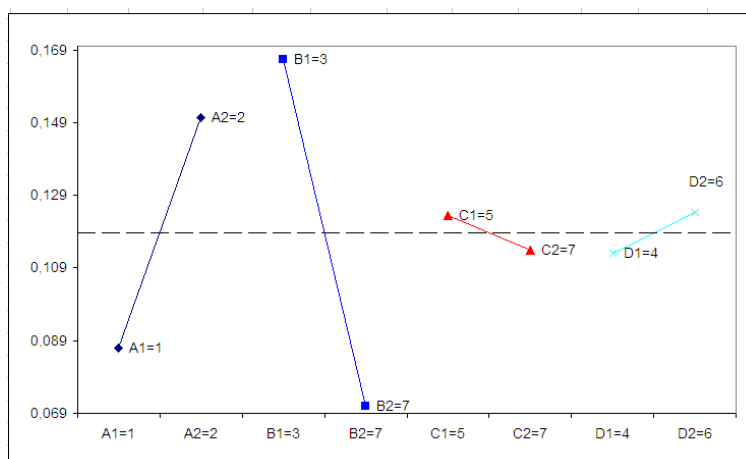


Obr. 4 Hlavný účinok jednotlivých faktorov a ich úrovni na výstup Y

Ako možno vidieť z obr.3 a 4 najväčší vplyv na dĺžku letu má:

- horná úroveň faktora C
- potom dolná faktora A
- horná faktora B

Faktor D nemá významný vplyv na dĺžku letu papierovej helikoptéry



Obr. 5 Smerodajná odchýlka (rozptylka) jednotlivých faktorov na výstup Y

2.6.2 Interakcie (závislosti) medzi jednotlivými faktormi

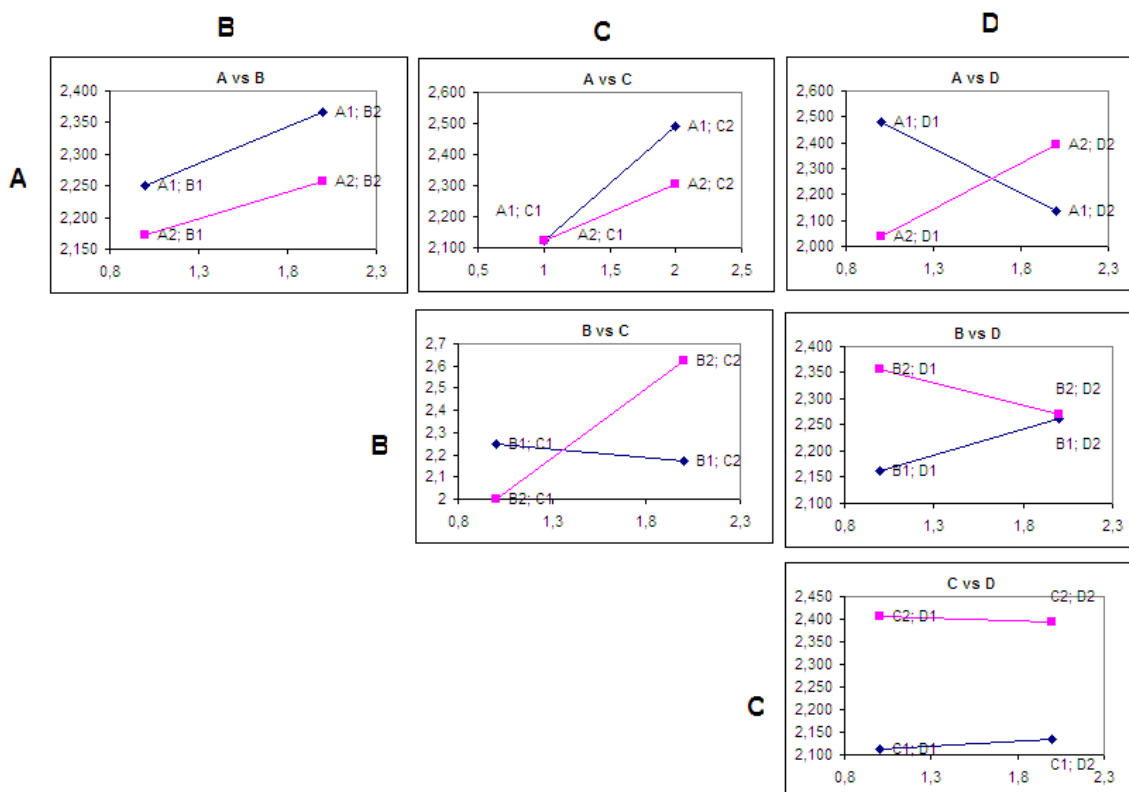
Princíp je že sa vypočíta priemer z jednotlivých experimentov v ktorých, bola použitá daná kombinácia faktorov a ich úrovní.

		B1 3	B2 7			C1 5	C2 7				D1 4	D2 6	
A1	1	E3, E4	E1, E2		A1	1	E2, E4	E1, E3		A1	1	E1, E4	E2, E3
A2	2	E7, E8	E5, E6		A2	2	E6, E8	E5, E7		A2	2	E6, E7	E5, E8
		D1 4	D2 6			C1 5	C2 7				D1 4	D2 6	
C1	5	E4, E8	E3, E7		B1	3	E4, E7	E3, E8		B2	3	E4, E6	E2, E8
C2	7	E2, E6	E1, E5		B2	7	E1, E6	E2, E5		B1	7	E1, E7	E3, E5

Obr. 6 Podklad pre výpočet závislosti

		B1	B2			C1	C2			D1	D2		
		3	7			5	7			4	6		
A1	1	2,251	2,368		A1	1	2,125	2,493		A1	1	2,483	2,136
A2	2	2,173	2,257		A2	2	2,124	2,307		A2	2	2,036	2,395
		C1	C2			D1	D2			D1	D2		
		5	7			4	6			4	6		
B1	3	2,25	2,17		B1	3	2,163	2,261		C1	5	2,113	2,136
B2	7	2	2,63		B2	7	2,356	2,269		C2	7	2,405	2,395

Obr. 7 Výpočet závislosti jednotlivých faktorov a ich úrovně



Obr. 8 Závislosť medzi úrovňami jednotlivých faktorov

Závislosť možno pozorovať medzi faktormi:

- A vs D
- B vs C
- A vs C a B vs D

2.6.3 Efekt

Výpočet efektu faktora sa ráta ako hlavný účinok horná úroveň faktora mínus hlavný účinok dosiahnutý na dolnej úrovni.

Y								
A1=1	A2=2	B1=3	B2=7	C1=5	C2=7	D1=4	D2=6	Y
2,309	2,215	2,212	2,312	2,124	2,400	2,259	2,265	2,262

$$\text{Effect}_A = A_2 - A_1 = 2,215 - 2,309 = -0,094$$

$$\text{Effect}_B = B_2 - B_1 = 2,212 - 2,312 = 0,1005$$

		B1	B2				C1	C2				D1	D2
		3	7				5	7				4	6
A1	1	2,251	2,368		A1	1	2,125	2,493		A1	1	2,483	2,136
A2	2	2,173	2,257		A2	2	2,124	2,307		A2	2	2,036	2,395
		C1	C2				D1	D2				D1	D2
		5	7				4	6				4	6
B1	3	2,25	2,17		B1	3	2,163	2,261		C1	5	2,113	2,136
B2	7		2,63		B2	7	2,356	2,269		C2	7	2,405	2,395

$$\text{Effect}_{AB} = \frac{(A_2, B_2 - A_1, B_2 - A_2, B_1 - A_1, B_1) - (A_1, B_2 - A_1, B_2 - A_2, B_1 - A_1, B_1)}{2} = \frac{(2,57 - 2,3675) - (2,173 - 2,2505)}{2} = -0,0165$$

Tab. 9 Vypočítané efekty faktorov

Faktor	Effect	Abs
A	-0,094	0,094
B	0,1005	0,1005
C	0,2755	0,2755
D	0,006	0,006
AB	-0,0165	0,0165
AC	-0,0925	0,0925
AD	0,353	0,353
BC	0,353	0,353
BD	-0,0925	0,0925
CD	-0,0165	0,0165

Významnosť faktora sa určuje týmto rozdielom, čím je tento rozdiel medzi hornou a dolnou úrovňou faktora väčší, tým je faktor významnejší.

2.6.3.1 Grafické hodnotenie efektu faktora – normálne diagramy

Hodnoty efektov sa zoradia od najmenšieho po najväčší (A-Z) a následne sa vypočíta pravdepodobnosť P_i

$$P_i = \frac{100 * (i - 0,5)}{m}$$

m – počet faktorov a interakcií (15); i – poradie

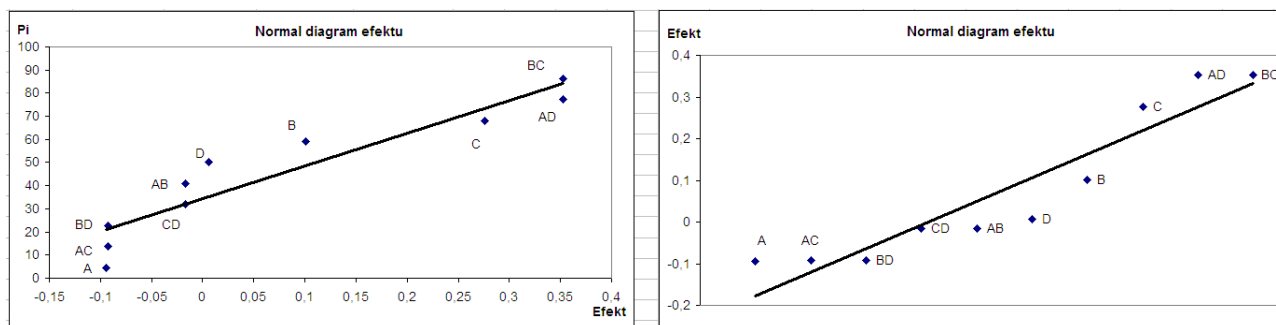
Tab. 10 Hodnoty pre úplný normálny diagram efektu

i	Fact	Effect	Pi
1	A	-0,094	4,545
2	AC	-0,0925	13,64
3	BD	-0,0925	22,73
4	CD	-0,0165	31,82
5	AB	-0,0165	40,91
6	D	0,006	50
7	B	0,1005	59,09
8	C	0,2755	68,18
9	AD	0,353	77,27
10	BC	0,353	86,36

Neviem prečo sa tieto diagramy nazývajú „úplný normálny diagram“ a „polovičný normálny diagram“.

Prvý diagram je zostrojený ako „závislosť XY“ (vľavo), kde na osi x je absolútna hodnota efektu a na osi y je pravdepodobnostné rozdelenie (p_i). Názvy jednotlivých bodov sú pridané ručne, pretože stále neviem ako by som tam mohol pridať popis bodov. Bola by možnosť vytvoriť 10 osobitných radov a potom pridať ako popis bodov „názov radu“, ale potom by sa nedala vytvoriť trendová čiara.

Druhý diagram má na osi x faktor a na osi y je absolútna hodnota efektu. Výzorovo sú tieto diagramy trochu odlišné pretože, na os y (os hodnôt) nemožno dať textové znaky, ale musia to byť číselné. Teda efekt je na oboch diagramoch na inej osi. Ale keďže popis hodnôt je pridaný ako „hodnoty x “ pri zmene údajov sa presunú spolu so zmenenou polohou bodov, na rozdiel od prvého, kde sú pridané ručne.



Obr. 9 Normálny diagram efektu

V týchto diagramoch sa skúma ako sa hodnoty nachádzajú okolo regresnej krivky.

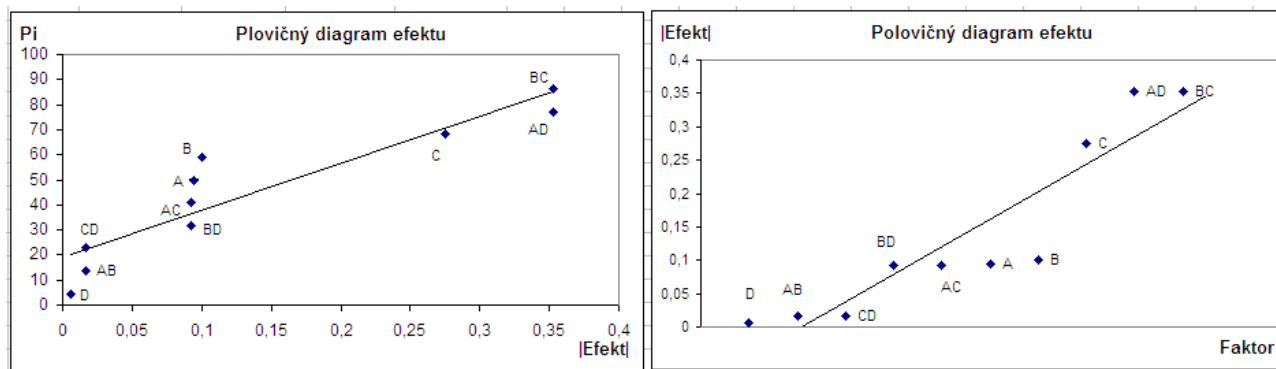
V tomto prípade sa žiadny bod nenachádza významnejšie vzdialený od regresnej krivky.

Polovičný normálny diagram efektu sa zostrojuje z absolútnych hodnôt efektov.

Opäť sa efekty zoradia od najmenšieho po najväčší (A-Z) a následne sa vypočíta pravdepodobnosť

Tab. 11 Hodnoty pre polovičný normálny diagram efektu

i	Fact	Efekt	Pi
1	D	0,006	4,545
2	AB	0,0165	13,64
3	CD	0,0165	22,73
4	BD	0,0925	31,82
5	AC	0,0925	40,91
6	A	0,094	50
7	B	0,1005	59,09
8	C	0,2755	68,18
9	AD	0,353	77,27
10	BC	0,353	86,36

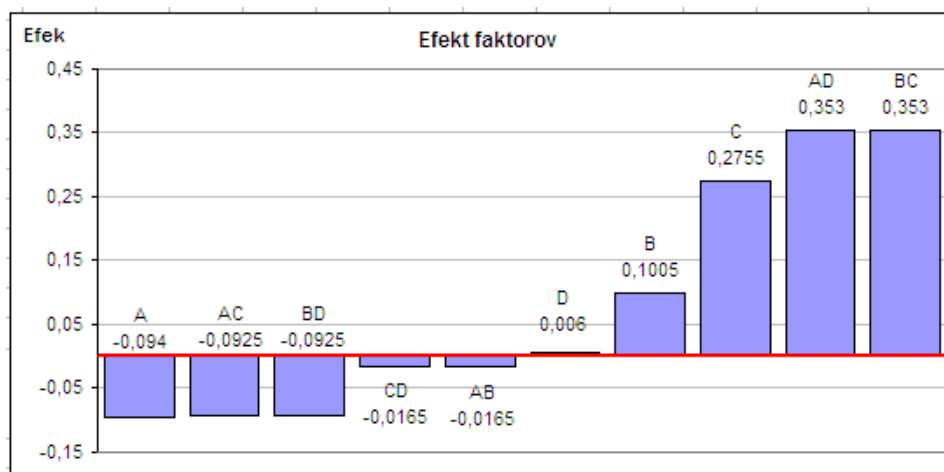


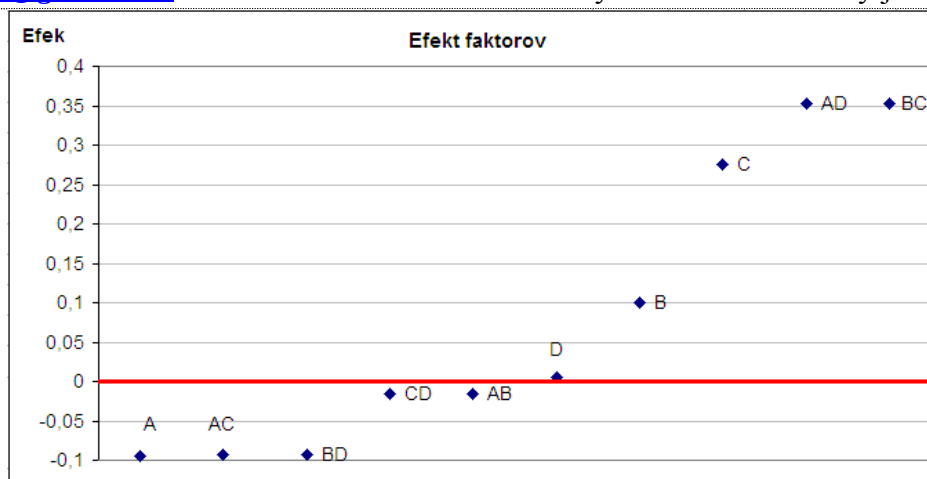
Obr. 10 Polovičný diagram efektu

Ja som sa rozhodol pre prehľadnejšie zobrazenie, zostrojiť stĺpcový diagram s hodnotami jednotlivých efektov a bodový diagram.

Najvýznamnejšie faktory sú AD, BC (0,353) a C (0,2755)

Obr. 11 Efekt jednotlivých faktorov zobrazený pomocou stĺpcového diagramu





2.6.4 Analýza efektov pomocou Paretovho diagramu

Pareto diagram je založený na princípe že 80% nezhôd/chýb spôsobuje 20% príčin.

Všeobecná konštrukcia Paretovho diagramu [6]:

1. Vymedzenie (určenie) všetkých možných typov nezhôd a príčin
2. Stanoviť kritérium podľa ktorého sa budú analyzovať nezhody, príčiny. Obvykle to býva početnosť, vynaložené náklady, závažnosť a podobne.
3. Stanoviť časový úsek zberu údajov
4. Zhromaždiť údaje (kontrolný list, formulár, tabuľka)
5. Hodnoty vo forme tabuľky sa usporiadajú od najväčšieho po najmenšie (Z-A)
6. Okrem absolútnej početnosti sa pridá aj kumulovaná početnosť a kumulovaná relatívna početnosť (obvykle v percentách)
7. zostrojí sa graf, v ktorom na vodorovnej osi sú uvedené všetky druhy nezhôd v rovnakom poradí ak sú v pripravenej tabuľke (teda v klesajúcom poradí). Na ľavej zvislej osi sú vynesené príslušné absolútne početnosti a na pravej zvislej osi sú vyznačené kumulatívne reaktívne početnosti. V koncových bodoch sú vynesené relatívne početnosti. Spojením bodov sa dostane lomená čiara (Lorenzova krivka).
8. Vynesie sa / pridá sa čiara hladiny dôležitosti obvykle 80%, ktorá oddeľuje nezhody ktoré je potrebné riešiť

Tab. 12 Hodnoty pre Pareto diagram

Fact	Efekt	Relatívna početnosť	Kumulatívna relatívna početnosť
BC	0,353	25,214	25,214
AD	0,353	25,214	50,429
C	0,2755	19,679	70,107
B	0,1005	7,179	77,286
A	0,094	6,714	84,000
AC	0,0925	6,607	90,607
BD	0,0925	6,607	97,214
CD	0,0165	1,179	98,393
AB	0,0165	1,179	99,571
D	0,006	0,429	100,000

$\Sigma=1,4$

Relatívna početnosť:

$$BC = (0,353/1,4) * 100 = 25,214$$

$$C = (0,2755/1,4) * 100 = 19,6785$$

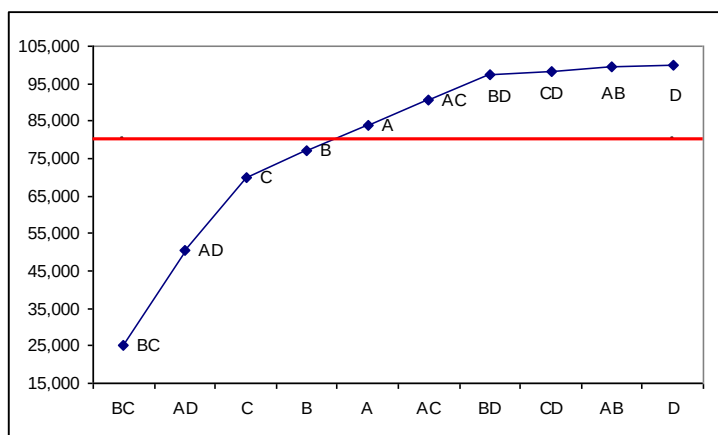
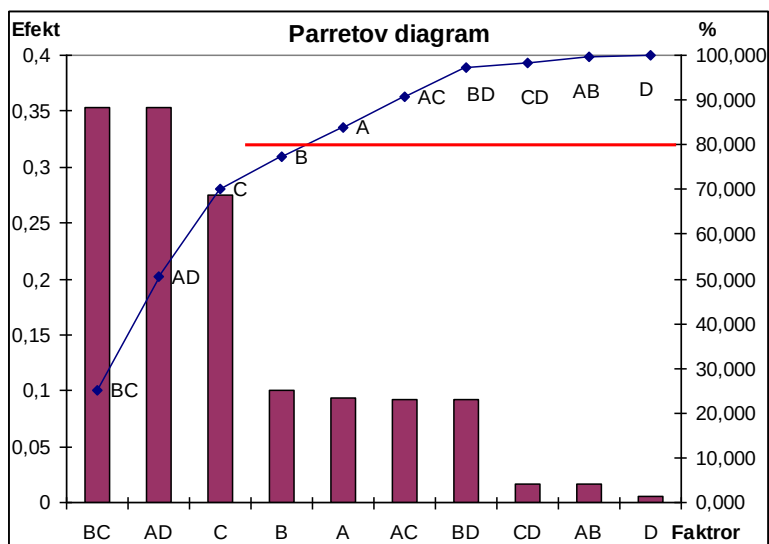
Kumulatívna relatívna početnosť

$$BC = \text{Relatívna početnosť} = 25,214$$

$$AD = \text{Kumulatívna relatívna početnosť BC} + \text{Relatívna početnosť AD} = 25,214 + 25,214 = 50,429$$

$$C = 50,429 + 19,679 = 70,107$$

Obr. 12 Pareto diagram faktorov



Neviem prečo vlastne tie najpodstatnejšie faktory na zameranie majú byť tie čo majú najnižší efekt/najnižšiu početnosť?

2.6.5 Matematický model pre predpovedanie experimentu založený na efekte faktorov

(Snažil som sa nájsť niekde, či v rámci experimentu nie je možné vypočítať optimálne nové hodnoty pre experiment, ale nenašiel som)

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \frac{\Delta A}{2} \cdot A + \frac{\Delta B}{2} \cdot B + \frac{\Delta C}{2} \cdot C + \frac{\Delta D}{2} \cdot D + \frac{\Delta AB}{2} \cdot AB + \frac{\Delta AC}{2} \cdot AC + \frac{\Delta AD}{2} \cdot AD + \frac{\Delta BC}{2} \cdot BC \dots$$

$\Delta A, B, C, \dots$ – hodnota efektu A, B, C ...

A, B, C ... – úroveň faktora pre danú kombináciu experimentu (1, -1)

Pre E4 (prvý riadok) bude táto rovnica nasledujúca

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \frac{-0,094}{2} \cdot (-1) + \frac{0,1005}{2} \cdot (-1) + \frac{0,2755}{2} \cdot (-1) + \frac{0,006}{2} \cdot (-1) + \frac{-0,0165}{2} \cdot (1) + \frac{-0,0925}{2} \cdot (1) \dots = 2,362$$

Rovnicu pre predpovedanie experimentu: možno využiť na otestovanie/predpovedanie výsledkov experimentov ktoré neboli zrealizované, pomocou vytvorenia rovnice v programe Excel.

(Škoda, že som nenašiel skôr tabuľku na Latinské štvorce a experiment nespravil s 8 faktormi)

(tu boli v predchádzajúcej verzii chyby spôsobené zlým návrhom tabuľky experimentu)

Tab. 13 Výsledok matematického modelu

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	Y	$\hat{Y}$	$\hat{Y} - \bar{Y}$	$\frac{(\hat{Y} - \bar{Y})}{\bar{Y}} \cdot 100 \%$
E4	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	2,240	2,362	-0,122	-5,4%
E8	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,261	2,492	-0,231	-10,2%
E2	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	2,010	1,796	0,2145	10,7%
E6	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1,986	1,848	0,1385	7,0%
E3	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	2,261	2,123	0,1385	6,1%
E7	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	2,085	1,871	0,2145	10,3%
E1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,725	2,956	-0,231	-8,5%
E5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,528	2,650	-0,122	-4,8%

Podľa matematického modelu v programe Excel (karta „Matem_model“) vyšiel:

1. E1 o 0,23 [s] vyšší ako v experimente (A1, B2, C2, D1)
2. E5 o 0,12 [s] vyšší ako počas pokusu (A2, B2, C2, D2)
3. (A1, B2, C2, D2)

Tab. 14 Výsledok matematického modelu úplného experimentu

	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	Y
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,65
2	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	2,5
3	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	2,31
4	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	2,12
5	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	2,13
6	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1,8
7	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,49
8	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	2,12
9	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	2,4
10	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,96
11	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1,87
12	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	2,39
13	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1,85
14	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	2,22
15	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2,02
16	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	2,36

2.6.6 ANOVA – analýza rozptylu

ANOVA – *analysis of variance* – metóda pomocou ktorej sa zisťuje vplyv faktorov na kvalitu. Vznikla v poľnohospodárstve pri skúmaní rôznych faktorov na úrodnosť plodín.

Pri tejto analýze sa testuje hypotéza, že stredné hodnoty jednotlivých skupín (faktorov a ich úrovní) sa rovnajú

One-way analysis - analyzuje sa vplyv iba jedného faktora (stĺpce alebo riadky skúmaných skupín). Metóda je založená na predpoklade, že každá skupina má normálne rozdelenie a rozptyl je konštantný medzi skupinami, ale môže byť použitá aj v prípadoch keď nie sú splnené.

Two-way analysis – analyzuje sa vplyv dvoch faktorov. Riadky predstavujú rôzne úrovne/hodnoty jednej premennej a stĺpce druhej premennej. Každé pozorovanie je reprezentované jedným bodom reprezentujúcim kombináciu daných dvoch faktorov.

Three-way analysis – je založený na modeloch a predpokladoch predchádzajúcich dvoch analýz. Počet pozorovaní sa = počet stĺpcov x riadkov x vrstiev. Je to vlastne dvojfaktorová ANOVA ibaže s opakovaným meraním.

Tab. 15 Hodnoty pre výpočet ANOVA

Fak.	Úroveň	Počet meraní n_j	Hodnoty	Priemerná hodnota úrovne	Odchýlky priemeru od úrovne t_i	$n_i \cdot t_i$	SS	Reziduálne odchýlky ε_{ij}
A	A ₁	n ₁	X ₁₁	$\bar{x}_1$	$t_1 = \bar{x}_1 - \bar{x}$	$n_1 \cdot t_1$	$= n_1 \cdot t_1$	ε_{11} $= x_{11} - \bar{x}_1$
			X ₁₂					ε_{12} $= x_{12} - \bar{x}_1$
			.					.
			.					.
			X _{1n}					ε_{1n} $= x_{1n} - \bar{x}_1$
	A ₂	n ₂	X ₂₁	$\bar{x}_2$	.	$n_2 \cdot t_2$	$+ n_2 \cdot t_2$	ε_{21} $= x_{21} - \bar{x}_2$
			X ₂₂					ε_{22} $= x_{22} - \bar{x}_2$
			.					.
			.					.
			X _{2n}					ε_{2n} $= x_{2n} - \bar{x}_2$
B	B ₁	n ₃	.	$\bar{x}_3$	.	.		.
	B ₂	n ₄	.	$\bar{x}_4$	.	.		.

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i}{k}$$

$$SST = \sum n_i \cdot t_i$$

$$SSE = \sum \varepsilon_{ij}^2$$

Tab. 16 Výpočet hodnoty F pomocou metódy ANOVA

Zdroj variability (Source of variability)	Stupne voľnosti (Degrees of freedom)	Suma štvorcov odchýlok (Sum of squares)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)	P-value
Faktor (Treatment, Model)	$k-1 = 1.\text{sv}$ (df_T)	$SST = \sum n_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2$	$MST = \frac{SST}{k-1}$	$F = \frac{MST}{MSE}$	FDIST (F;1.sv;2.sv)
Rezidua (Errors)	$n-k = 2.\text{sv}$ (df_E)	$SSE = \sum (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$	$MSE = \frac{SSE}{n-k}$		

Funkcia **FDIST** vráti hodnotu rozdelenia pravdepodobnosti F. Pomocou tejto funkcie možno určiť, či majú dve množiny údajov rôzne stupne odlišnosti [7].

Syntax: FDIST(F; stupeň voľnosti 1; stupeň voľnosti 2)

F – hodnota ku ktorej sa má vypočítať Besselova funkcia

stupeň voľnosti 1 – počet stupňov voľnosti v čitateli

stupeň voľnosti 2 – počet stupňov voľnosti v menovateli

n - počet meraní; k - počet skupín; ak $F < F_{\alpha; n-k; 1-\alpha}$ H_0 sa príma

Pri analýze som jednotlivé úrovne faktorov testoval ako osobitné kategórie hodnôt. Ak by sa hodnoty faktora zlúčili, ako jedna skupina hodnôt. Tak by sa jednotlivé hodnoty odlišovali iba rozptylom, pretože priemery jednotlivých skupín sú rovnaké (karta v zošite Excel „Anova-4fakt“).

Tab. 17 ANOVA – zlúčené úrovne faktorov

Zdroj variability (Source of variability)	Stupne voľnosti (Degrees of freedom)	Suma štvorcov odchýliek (Sum of squares)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)
Faktor (Treatment, Model)	3	0,000	0,000	0,000
Rezidua (Errors)	28	1,614	0,058	

Analýza ANOVA bola urobená z:

- priemerných hodnôt jednotlivých experimentov a
- všetkých hodnôt experimentov

Tab. 18 Výpočet ANOVA z priemerov jednotlivých experimentov

Zdroj variability (Source of variability)	Stupne voľnosti (Degrass of freedom)	Suma štvorcov odchyliet (Sum of squares)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)
Faktor (Treatment, Model)	7	0,190	0,027	0,397
Rezidua (Errors)	24	1,637	0,068	

$$F_{7;24; 0,05} = 2,6206$$

Platilo by, že $F < F_{(k-1;n-k; 1-\alpha)}$ H_0 by sa prijalo, teda priemerné hodnoty jednotlivých skupín sa rovnajú. Nenachádzajú sa žiadne významné faktory v skúmaných skupinách.

Ale, v prípade, keď som použil všetky namerané údaje nie priemerné hodnoty experimentov, vyšiel odlišný výsledok.

Tab. 19 Výpočet ANOVA s použitím všetkých nameraných hodnôt

Zdroj variability (Source of variability)	Stupne voľnosti (Degrass of freedom)	Suma štvorcov odchyliet (Sum of squares)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)
Faktor (Treatment, Model)	7	1,897	0,271	3,858
Rezidua (Errors)	312	21,923	0,070	

$$F_{7;312; 0,05} = 2,039$$

Neplatí že $F < F_{(k-1;n-k; 1-\alpha)}$ H_0 sa neprimá, pretože vypočítaná hodnota je väčšia, teda medzi jednotlivými skupinami sa nachádzajú významné faktory.

Analýzy jednotlivých faktorov som urobil pre porovnanie z:

- priemerných hodnôt jednotlivých experimentov a
- všetkých hodnôt

Tab. 20 Výpočet ANOVA jednotlivých faktorov

	Z priemerných hodnôt				Zo všetkých hodnôt			
	MST	MSE	F	F-krit.	MST	MSE	F	F-krit.
ABCD	0,027	0,068	0,397	2,4226	0,271	0,070	3,858	2,039
A	0,018	0,073	0,242	5,9573	0,177	0,074	2,385	3,9634
B	0,020	0,073	0,278		0,202	0,074	2,739	
C	0,152	0,051	2,988		1,518	0,057	26,685	
D	0,000	0,076	0,001		0,001	0,076	0,009	
AB	0,013	0,073	0,173	3,4903	0,126	0,074	1,708	2,6626
AC	0,056	0,062	0,911		0,565	0,065	8,627	
AD	0,006	0,075	0,079		0,059	0,075	0,786	
BC	0,057	0,062	0,928		0,573	0,065	8,777	
BD	0,007	0,074	0,091		0,068	0,075	0,900	
CD	0,051	0,063	0,798		0,506	0,067	7,600	

F-kritické je tabuľková hodnota pre $F_{(k-1;n-k; 1-\alpha)}$

Ako možno vidieť s tabuľky 13, pri výpočte ANOVA sa musia používať všetky hodnoty merania. Z analýzy možno usúdiť že významný je faktor C a jeho kombinácie

Jednotlivé výsledky som si porovnával aj z výsledkov získaných pomocou programu MiniTab. Tieto výsledky sa odlišovali a nevedel som prísť na to prečo my nevychádzajú rovnaké výsledky (tieto výsledky sa odlišovali v hodnote F pri faktore A,B približne o 35% a pri faktore C o 5%). Na základe ukážky riešenia ANOVA z kontrastu faktora som prišiel na nasledujúci postup výpočtu:

Problémom bolo že som vedel, že pre faktora A mám dostať $SS_A = 0,17672$ (hodnota z programu MiniTab). Náhodou som zistil, že túto hodnotu získam ak sčítam koeficienty $n_i \cdot t_i$ obidvoch úrovni faktora. Potom bol, už postup rovnaký aký bude pri analýze ANOVA pomocou kontrastu faktora

Tab. 21 Postup výpočtu ANOVA

Zdroj variability (Source of variability)	SS (Sum of squares)	Stupne voľnosti (Degrees of freedom)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)	P-value
A	SS_A	$k-1 = 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{DF_A}$	$F_A = \frac{MS_A}{MS_E}$	$P_A = \text{FDIST}(F_A; DF_A; DF_E)$
B	SS_B	1	$MS_B = \frac{SS_B}{DF_B}$	$F_B = \frac{MS_B}{MS_E}$	$P_B = \text{FDIST}(F_B; DF_B; DF_E)$
C	SS_C	1	$MS_C = \frac{SS_C}{DF_C}$	$F_C = \frac{MS_C}{MS_E}$	$P_C = \text{FDIST}(F_C; DF_C; DF_E)$
D	SS_D	1	$MS_D = \frac{SS_D}{DF_D}$	$F_D = \frac{MS_D}{MS_E}$	$P_D = \text{FDIST}(F_D; DF_D; DF_E)$
Rezidua (Errors)	$SS_E = SS_T - \sum(SS_A:SS_D)$	$DF_E = DF_T - \sum DF$	$MS_E = \frac{SS_E}{DF_E}$		
Total	$SS_T = \text{DEVSQ}(\text{namerané hodnoty})$	$DF_T = n-1$			

Total = DEVSQ(namerané hodnoty)

$$\text{DEVSQ} = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

Stupne voľnosti (degree freedom) = $k-1 = 2 - 1 = 1$

$k = 2$ (sú 2 úrovne faktora)

Tab. 22 Vypočítané hodnoty ANOVA

Zdroj variability (Source of variability)	SS (Sum of squares)	Stupne voľnosti (Degrees of freedom)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)	P-value
A	0,17672	1	0,177	3,266	0,075
B	0,202005	1	0,202	3,734	0,057
C	1,518	1	1,518	28,058	1E-06
D	0,00072	1	0,001	0,013	0,908
Rezidua (Errors)	4,05763	75	0,054		
Total	5,95508	79			

Významné sú hodnoty pri ktorých hodnota $P < 1 - 0,95 = 0,05$, teda 5%

Pre zvýraznenie hodnôt ktoré vyhovujú tejto podmienke som použil podmienené formátovanie
Ako možno vidieť za významný možno považovať faktor C, prípadne aj faktor B.

2.6.7 Hodnotenie kontrastu faktora

(táto kapitola musela byť opäť opravená v predchádzajúcej verzii chyby spôsobené zlým návrhom experimentu)

Na serveri YouTube, stránka <http://www.youtube.com/watch?v=fiYYA6QX-2E&feature=related> som našiel, že pri výpočte kontrastu sa nepočíta z priemernej hodnoty, ale zo sumy nameraných hodnôt, pre daný experiment [8].

Na univerzite sme dostali iba hodnotu Y a tak som predpokladal, že tá reprezentovala priemernú hodnotu (prípadne možno v prípadovom príklade, bolo zrealizované iba jedno meranie)

Ukážka vypracovania sa nachádza na karte „Contras“

Tab. 23 Návrh kontrastov faktorov a ich interakcií

Expe.	Kontrast (contrast)														
	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
E4	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
E8	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
E2	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
E6	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1
E3	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
E7	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
E1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1
E5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

A, B, C, D – návrh experimentu podľa plánu (-1 dolná úroveň, 1 horná úroveň)

Kontrast pre prvý riadok (E4):

$$AB = A \cdot B = (-1) \cdot (-1) = 1 ; \quad ABC = A \cdot B \cdot C = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$$

Tab. 24 Súčet odoziev

Expe.	Namerané hodnoty										Suma odozi
	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	
E4	2,25	2,38	2,13	2,1	2,31	2,23	2,27	2,27	2,21	2,25	22,40
E8	2,12	1,88	1,97	2,18	2,1	2,7	2,36	2,26	2,67	2,37	22,61
E2	2,01	2,1	2,03	1,92	1,99	2,07	1,97	1,92	2	2,09	20,10
E6	2,02	1,85	2,08	1,88	1,99	2,09	1,96	2,03	1,98	1,98	19,86
E3	2,18	2,55	2,2	2,27	2,29	2,3	2,19	2,18	2,22	2,23	22,61
E7	1,92	1,74	1,93	2,41	2,01	2,08	2,19	2,06	2,34	2,17	20,85
E1	2,73	2,73	2,88	2,68	2,73	2,68	2,59	2,73	2,87	2,63	27,25
E5	2,49	2,52	2,46	2,48	2,49	2,51	2,6	2,56	2,6	2,57	25,28

Suma odoziev (Response total): suma hodnôt z opakovania experimentu

$$E4 = 2,25 + 2,38 + 2,13 + 2,1 + 2,31 + \dots + 2,25 = 22,40$$

Tab. 25 Výpočet kontrastu faktora

Expe.	A	Suma odozi	A
E4	-1	22,40	-22,40
E8	1	22,61	22,61
E2	-1	20,10	-20,10
E6	1	19,86	19,86
E3	-1	22,61	-22,61
E7	1	20,85	20,85
E1	-1	27,25	-27,25
E5	1	25,28	25,28
Contrast:		=SUM(Y16:Y23)	

Kontrast efektu sa vypočíta vynásobením kontrastu a sumy odoziev

Tab. 26 Kontrasty faktorov a interakcií - opravený

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
E4	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40
E8	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61
E2	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10
E6	19,86	19,86	-19,86	-19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	19,86
E3	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61
E7	20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	20,85	20,85
E1	-27,25	27,25	27,25	-27,25	-27,25	-27,25	27,25	27,25	-27,25	-27,25	-27,25	27,25	27,25	-27,25	27,25
E5	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28
Contrast:	-3,76	4,02	11,02	0,24	-0,66	-3,70	14,12	14,12	-3,70	-0,66	0,24	11,02	4,02	-3,76	180,96

Tab. 27 Kontrasty faktorov a interakcií – pôvodný - CHYBNÝ

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
E4	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40
E8	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	-22,61	22,61
E2	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10
E6	-19,86	19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	-19,86	19,86
E3	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61
E7	20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	20,85	20,85
E1	27,25	27,25	-27,25	-27,25	27,25	-27,25	-27,25	-27,25	-27,25	27,25	-27,25	-27,25	27,25	27,25	-27,25
E5	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28
Contrast:	11,02	4,02	-3,76	0,24	14,12	-3,70	-0,66	-0,66	-3,70	14,12	0,24	-3,76	4,02	11,02	180,96

2.6.7.1 ANOVA z kontrastov faktorov

SS – Sum of Squares

$$SS = \frac{1}{n \cdot 2^k} \times \text{Contrast}^2$$

n = 10: počet opakovaní merania

k = 4: počet faktorov (A, B, C, D)

$$SS_A = \frac{1}{10 \times 2^4} \times (1,02)^2 = \frac{1}{10 \times 16} \times 14,137 = 0,0884$$

$$\text{Coff} = \frac{SS}{\text{Contrast}}$$

$$\text{Coff}_A = \frac{SS}{\text{Contrast}} = \frac{0,0884}{-3,76} = -0,0235$$

Koeficient (coefficient) Bude potrebný pri matematickom modeli experimentu

$$\text{Effect} = 2 \times \text{Coff}$$

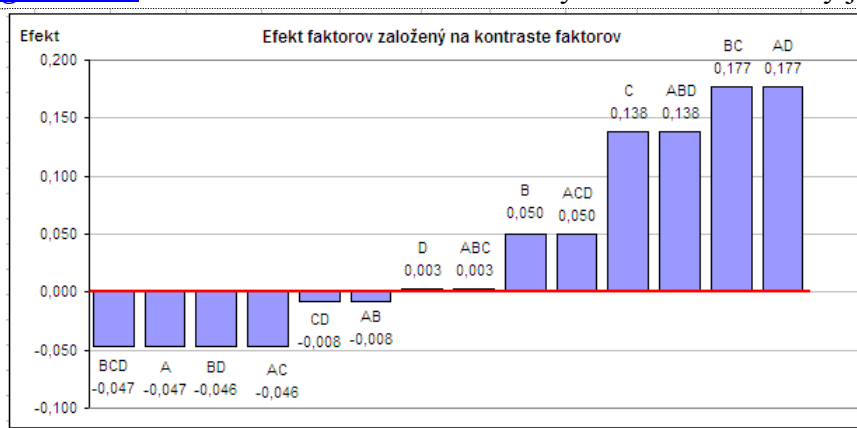
$$\text{Effect} = 2 \times (-0,0235) = -0,047$$

Tab. 28 Koeficienty potrebné k výpočtu ANOVA

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
E4	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40
E8	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	-22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61
E2	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10
E6	19,86	19,86	-19,86	-19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	19,86
E3	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61
E7	20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	20,85	20,85
E1	-27,25	27,25	27,25	-27,25	-27,25	-27,25	27,25	27,25	-27,25	-27,25	27,25	-27,25	27,25	-27,25	27,25
E5	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28
Contrast:	-3,76	4,02	11,02	0,24	-0,66	-3,70	14,12	14,12	-3,70	-0,66	0,24	11,02	4,02	-3,76	180,96
SS:	0,0884	0,1010	0,7590	0,0004	0,0027	0,0856	1,2461	1,2461	0,0856	0,0027	0,0004	0,7590	0,1010	0,0884	204,666
Coff:	-0,0235	0,0251	0,0689	0,0015	-0,0041	-0,0231	0,0883	0,0883	-0,0231	-0,0041	0,0015	0,0689	0,0251	-0,0235	1,1310
Effect:	-0,0470	0,0502	0,1378	0,0030	-0,0082	-0,0463	0,1765	0,1765	-0,0463	-0,0082	0,0030	0,1378	0,0502	-0,0470	2,2620
priemer:	2,262														

Tab. 29 Koeficienty potrebné k výpočtu ANOVA – pôvodný - CHYBNÝ

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
E4	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40
E8	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61
E2	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10
E6	-19,86	19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	-19,86	19,86
E3	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61
E7	20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	20,85	20,85
E1	27,25	27,25	-27,25	-27,25	27,25	-27,25	-27,25	-27,25	-27,25	27,25	-27,25	-27,25	27,25	27,25	27,25
E5	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28
Contrast:	11,02	4,02	-3,76	0,24	14,12	-3,70	-0,66	-0,66	-3,70	14,12	0,24	-3,76	4,02	11,02	180,96
SS:	0,7590	0,1010	0,0884	0,0004	1,2461	0,0856	0,0027	0,0027	0,0856	1,2461	0,0004	0,0884	0,1010	0,7590	204,666
Coff:	0,0689	0,0251	-0,024	0,0015	0,0883	-0,023	-0,004	-0,004	-0,023	0,088	0,002	-0,024	0,025	0,069	1,131
Effect:	0,1378	0,0502	-0,047	0,003	0,1765	-0,046	-0,008	-0,008	-0,046	0,177	0,003	-0,047	0,05	0,138	2,262
priemer:	2,262														



Obr. 13 Efekt faktorov založený na kontraste faktorov

Zdroj variability (Source of variability)	SS (Sum of squares)	DF (Degrees of freedom)	MS (Mean squares)	F-value	P-value
A	SS_A	$k-1 = 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{DF_A}$	$F_A = \frac{MS_A}{MS_E}$	$P_A = \text{FDIST}(F_A; DF_A; DF_E)$
B	SS_B	1	$MS_B = \frac{SS_B}{DF_B}$	$F_B = \frac{MS_B}{MS_E}$	$P_B = \text{FDIST}(F_B; DF_B; DF_E)$
C	SS_C	1	$MS_C = \frac{SS_C}{DF_C}$	$F_C = \frac{MS_C}{MS_E}$	$P_C = \text{FDIST}(F_C; DF_C; DF_E)$
D	SS_D	1	$MS_D = \frac{SS_D}{DF_D}$	$F_D = \frac{MS_D}{MS_E}$	$P_D = \text{FDIST}(F_D; DF_D; DF_E)$
Rezidua (Errors)	$SS_E = SS_T - \sum(SS_A; SS_D)$	$DF_E = DF_T - \sum DF$	$MS_E = \frac{SS_E}{DF_E}$		
Total	$SS_T = \text{DEVSQ}(\text{namerané hodnoty})$	$DF_T = n-1$			

Tab. 30 Výpočet hodnoty F a P

Zdroje variability (Source of Variation)	SS	df	MS	Fo	P-Value
A	0,759	1	0,759	34,975	1,42E-07
B	0,101	1	0,101	4,654	3,47E-02
C	0,088	1	0,088	4,072	4,78E-02
D	0,000	1	0,000	0,017	8,98E-01
AB	1,246	1	1,246	57,420	1,79E-10
AC	0,086	1	0,086	3,943	5,14E-02
AD	0,003	1	0,003	0,125	7,24E-01
BC	0,003	1	0,003	0,125	7,24E-01
BD	0,086	1	0,086	3,943	5,14E-02
CD	1,246	1	1,246	57,420	1,79E-10
ABC	0,000	1	0,000	0,017	8,98E-01
ABD	0,088	1	0,088	4,072	4,78E-02
ACD	0,101	1	0,101	4,654	3,47E-02
BCD	0,759	1	0,759	34,975	1,42E-07
ABCD	180,960	1	180,960		
Error	1,389	64	0,022		
Total	5,955	79			

Efekt interakcie ABCD je značne väčší ako ostatné efekty a to má značný vplyv na výsledok ostatných hodnôt F. Z tohto dôvodu som sa ho rozhodol odstrániť z výpočtov.

Tab. 31 Výpočet hodnoty F a P bez interakcie ABCD

Zdroje variability (Source of Variation)	SS	df	MS	Fo	P-Value
A	0,088	1	0,088	4,135	0,0461
B	0,101	1	0,101	4,727	0,0333
C	0,759	1	0,759	35,522	0,0000
D	0,000	1	0,000	0,017	0,8971
AB	0,003	1	0,003	0,127	0,7223
AC	0,086	1	0,086	4,004	0,0496
AD	1,246	1	1,246	58,317	0,0000
BC	1,246	1	1,246	58,317	0,0000
BD	0,086	1	0,086	4,004	0,0496
CD	0,003	1	0,003	0,127	0,7223
ABC	0,000	1	0,000	0,017	0,8971
ABD	0,759	1	0,759	35,522	0,0000
ACD	0,101	1	0,101	4,727	0,0333
BCD	0,088	1	0,088	4,135	0,0461
ABCD					
Error	1,389	65	0,021		
Total	5,955	79			

Zdroje variability (Source of Variation)	SS	df	MS	Fo	P-Value
A	0,759	1	0,759	35,522	0,0000
B	0,101	1	0,101	4,727	0,0333
C	0,088	1	0,088	4,135	0,0461
D	0,000	1	0,000	0,017	0,8971
AB	1,246	1	1,246	58,317	0,0000
AC	0,086	1	0,086	4,004	0,0496
AD	0,003	1	0,003	0,127	0,7223
BC	0,003	1	0,003	0,127	0,7223
BD	0,086	1	0,086	4,004	0,0496
CD	1,246	1	1,246	58,317	0,0000
ABC	0,000	1	0,000	0,017	0,8971
ABD	0,088	1	0,088	4,135	0,0461
ACD	0,101	1	0,101	4,727	0,0333
BCD	0,759	1	0,759	35,522	0,0000
ABCD					
Error	1,389	65	0,021		
Total	5,955	79			

(v ľavo nová, v pravo pôvodná chybná)

Významné sú faktory ktoré sú menšie ako 5% teda

Pre matematický model sa odporúča používať iba tie faktory a interakcie ktoré vyšli ako významné. Teda A, B, C, AC, AD, BC, BD, ABD, ACD, BCD

2.6.7.2 Matematický model založený na kontraste faktorov

Tab. 32 Koeficienty významných

	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	$\bar{Y}$
Coff:	-0,024	0,025	0,069	0,002	-0,004	-0,023	0,088	0,088	-0,023	-0,004	0,002	0,069	0,025	-0,024	2,262

Tab. 33 Koeficienty významných faktorov - pôvodný - CHYBNÝ

Expe.	A	B	C	AB	AC	BD	CD	ABD	ACD	BCD	$\bar{Y}$
Coff:	0,0689	0,0251	-0,0235	0,0883	-0,0231	-0,0231	0,0883	-0,0235	0,0251	0,0689	2,262

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \Delta A.A + \Delta B.B + \Delta C.C + \Delta AC.AC + \Delta AD.AD + \Delta BC.BC + \Delta BD.BD + \Delta ABD.ABD + \Delta ACD.ACD + \Delta BCD.BCD$$

Predpokladaná hodnota E4, podľa matematického modelu je 2,513 tento výsledok je väčší o 0,011s ako bol výsledok dosiahnutý experimentom

$$\hat{Y} = 2,262 - 0,024.(-1) + 0,0251.(-1) - 0,069.(-1) - 0,023.(1) \dots = 2,25$$

Tab. 34 Porovnanie výsledkov z experimentu a vypočítaných pomocou matematického modelu

Expe.	Y	$\hat{Y}$	$\hat{Y}_2$	$\hat{Y} - \bar{Y}$	$\frac{(\hat{Y} - \bar{Y})}{\bar{Y}} \cdot 100\%$
E4	2,24	2,251	2,240	0,011	0,5%
E8	2,26	2,250	2,261	-0,011	-0,5%
E2	2,01	1,999	2,010	-0,011	-0,6%
E6	1,99	1,997	1,986	0,011	0,6%
E3	2,26	2,266	2,261	0,005	0,2%
E7	2,09	2,080	2,085	-0,005	-0,3%
E1	2,73	2,720	2,725	-0,005	-0,2%
E5	2,53	2,533	2,528	0,005	0,2%

Tab. 35 Porovnanie výsledkov z experimentu a z matematického modelu - pôvodný - CHYBNÝ

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	BD	CD	ABD	ACD	BCD	$\hat{Y}$	$\bar{Y}$	$(\hat{Y} - \bar{Y}) \cdot 100\%$
E4	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	2,2513	2,24	1,12%
E8	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,2498	2,261	-1,13%
E2	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1,9988	2,01	-1,13%
E6	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1,9973	1,986	1,12%
E3	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	2,2663	2,261	0,52%
E7	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	2,0798	2,085	-0,52%
E1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	2,7198	2,725	-0,53%
E5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,5333	2,528	0,53%

Tab. 36 Predpokladané výsledky experimentu podľa matematického modelu

A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$	$\hat{Y}_1 - \hat{Y}_2$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,533	2,528	0,005
-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	2,262	2,262	0,000
1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	2,262	2,262	0,000
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	2,266	2,261	0,005
1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	2,262	2,262	0,000
-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1,999	2,010	-0,011
1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	2,250	2,261	-0,011
-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	2,262	2,262	0,000
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	2,262	2,262	0,000
-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	2,720	2,725	-0,005
1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	2,080	2,085	-0,005
-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	2,262	2,262	0,000
1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1,997	1,986	0,011
-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	2,262	2,262	0,000
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	2,262	2,262	0,000
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	2,251	2,240	0,011

Y_1 – matematický model iba z významných hodnôt; Y_2 – z všetkých hodnôt okrem ABCD

3 Záver – vyhodnotenie

Priemerná hodnota experimentu:

Najväčšia priemerná hodnota experimentu bola dosiahnutá pri **E1 = 2,725** kde:

Šírka (A) = 1 cm; Výška vrtule (B) = 7 cm; Dĺžka krídla (C) = 7; Šírka krídel (D) = 4

Tab. 37 Namerané hodnoty z experimentu

Por.	Expe.	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y	S
1	E4	2,25	2,38	2,13	2,10	2,31	2,23	2,27	2,27	2,21	2,25	2,240	0,081
2	E8	2,12	1,88	1,97	2,18	2,10	2,70	2,36	2,26	2,67	2,37	2,261	0,272
3	E2	2,01	2,10	2,03	1,92	1,99	2,07	1,97	1,92	2,00	2,09	2,010	0,064
4	E6	2,02	1,85	2,08	1,88	1,99	2,09	1,96	2,03	1,98	1,98	1,986	0,077
5	E3	2,18	2,55	2,20	2,27	2,29	2,30	2,19	2,18	2,22	2,23	2,261	0,111
6	E7	1,92	1,74	1,93	2,41	2,01	2,08	2,19	2,06	2,34	2,17	2,085	0,202
7	E1	2,73	2,73	2,88	2,68	2,73	2,68	2,59	2,73	2,87	2,63	2,725	0,092
8	E5	2,49	2,52	2,46	2,48	2,49	2,51	2,60	2,56	2,60	2,57	2,528	0,051

3.1 Analýza hlavného účinku faktorov

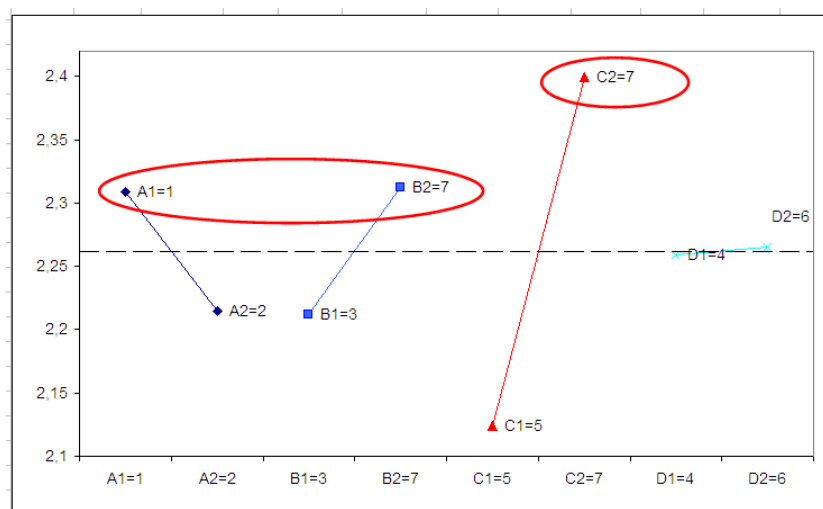
Najvyšší účinok by mal byť dosiahnutý ak:

- Šírka (A) = 1 cm (dolná úroveň faktora)
- Výška vrtule (B) = 7 cm (horná úroveň faktora)
- Dĺžka krídla (vrtule) (C) = 7 (horná úroveň faktora)
- Šírka krídel (D) = 6 (horná úroveň faktora)

Týmto parametrom zodpovedá opäť **E1** (vzhľadom na skutočnosť, že faktor D je zanedbateľný, pretože v tomto experimente je na dolnej úrovni)

Ďalej možno usúdiť že najväčší vplyv na dĺžku letu má:

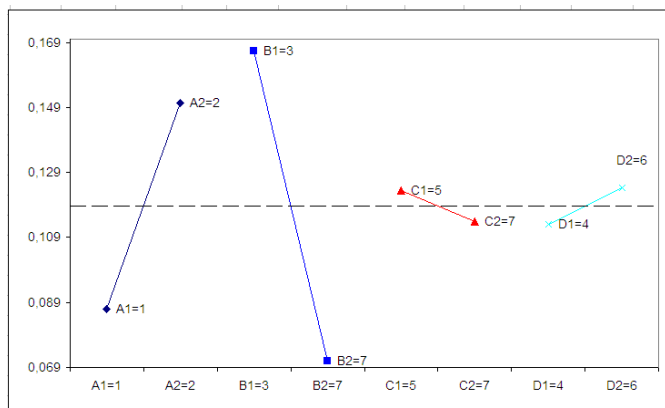
- horná úroveň faktora (C) *dĺžka krídla (vrtule)*,
- dolná úroveň faktora (A) a horná úroveň faktora (B) majú približne o 50% menší vplyv ako faktor (C)



Obr. 14 Hlavný účinok jednotlivých faktorov a ich úrovni na výstup Y

Aj keď faktory (A) a (B) nemajú významný vplyv na výsledok majú približne 6x rozptyl ako faktor (C).

(priznám sa neviem, čo to môže znamenať – normálne by som povedal nepresnosť merania, ale v tomto prípade to bude asi znamenať, že jednotlivé hodnoty sú natoľko od seba vzdialené, že to spôsobila výsledný nižší efekt)



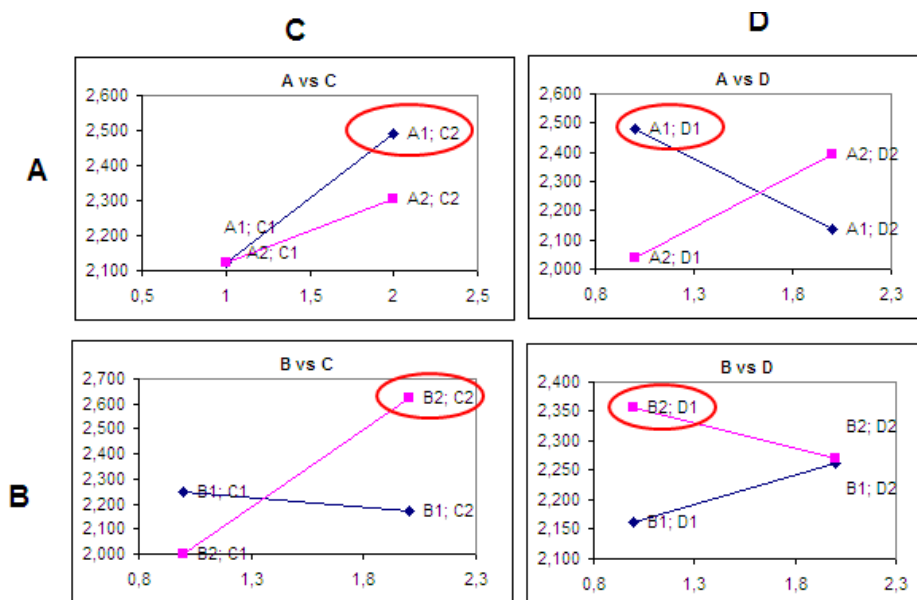
Obr. 15 Smerodajná odchýlka (rozptylka) jednotlivých faktorov na výstup Y

3.2 Interakcie (závislosti) medzi jednotlivými faktormi

Táto analýza podľa môjho názoru je jednou z najdôležitejších, počas analýzy experimentu

Z obrázku interakcií možno opäť usúdiť že najlepšou kombináciou experimentu je:

- Šírka (A1) = 1 cm (dolná úroveň faktora)
- Výška vrtule (B2) = 7 cm (horná úroveň faktora)
- Dĺžka krídla (vrtule) (C2) = 7 (horná úroveň faktora)
- Ale Šírka krídiel (D1) = 6 (dolná úroveň faktora)



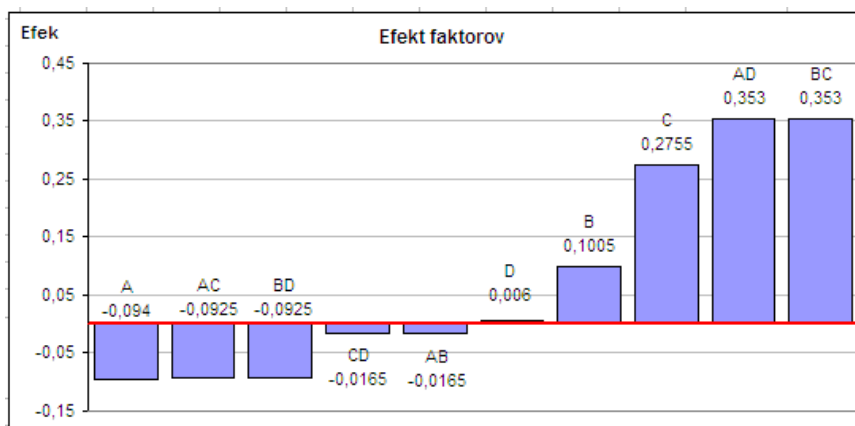
Obr. 16 Závislosť medzi úrovňami jednotlivých faktorov

3.3 Analýza efektu faktorov

Najvýznamnejšie faktory z pohľadu efektu sú AD, BC (0,353) a C (0,2755).

Interakcia AC vyšla ako záporný efekt.

Obr. 17 Efekt jednotlivých faktorov zobrazený pomocou stĺpcového diagramu



3.3.1 Matematický model

Matematický model založený na efekte z hlavných účinkov faktorov vyšiel:

Aj podľa matematického modelu je najlepšia kombinácia:

- Šírka (A1) = 1 cm (dolná úroveň faktora)
- Výška vrtule (B2) = 7 cm (horná úroveň faktora)
- Dĺžka krídla (vrtule) (C2) = 7 (horná úroveň faktora)
- Ale Šírka krídiel (D1) = 6 (dolná úroveň faktora)

Táto kombinácia vyšla 2,956 [s] a zodpovedá E1. Matematický model vyšiel o 0,23 [s] vyšší čo je 8,5%.

Druhá v poradí je kombinácia, kedy všetky faktory sú na hornej úrovni (A2, B2, C2, D2). Táto kombinácia vyšla o 0,31 [s] nižšia ako predchádzajúca kombinácia

Tab. 38 Výsledok matematického modelu úplného experimentu

	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	Y
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,65
2	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	2,5
3	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	2,31
4	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	2,12
5	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	2,13
6	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1,8
7	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,49
8	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	2,12
9	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	2,4
10	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,96
11	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1,87
12	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	2,39
13	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1,85
14	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	2,22
15	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	2,02
16	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	2,36

3.3.2 Analýza ANOVA

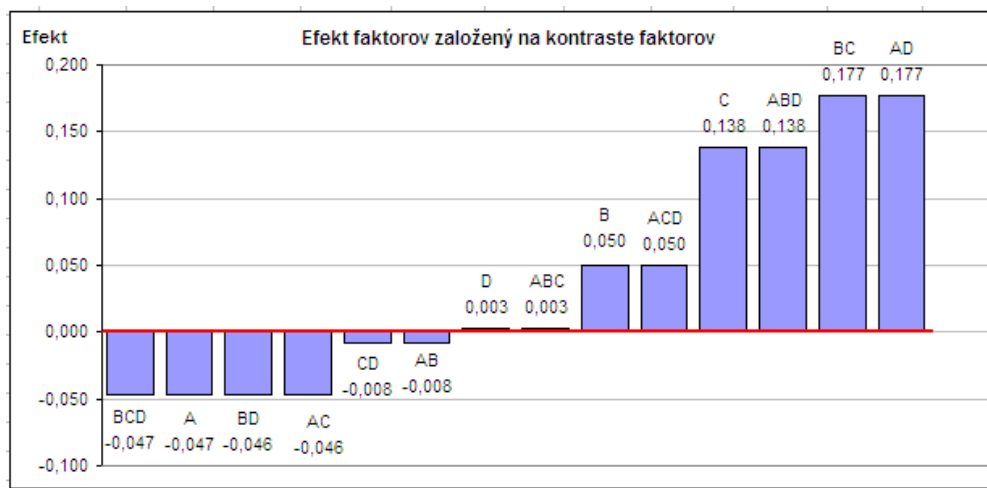
Podľa analýzy rozptylu (ANOVA) štatisticky dôležitým je faktor „Dĺžka krídla (vrtule) (C)“ a jeho kombinácie AC, BC, CD.

Pri analýze rozptylu s použitým SS je štatisticky dôležitým je faktor „Dĺžka krídla (vrtule) (C)“ a tesne pod hranicou s hodnotou 0,057 je faktor „Výška vrtule (B)“

3.4 Analýza kontrastu faktora

Podľa analýzy kontrastu faktora má najvyšší efekt na experiment:

- Okrem BC aj AD
- Potom C a ABD



Obr. 18 Efekt faktorov založený na kontraste faktorov

3.4.1 ANOVA z kontrastov faktorov

Pre matematický model sa odporúča používať iba tie faktory a interakcie ktoré vyšli ako významné. Teda A, B, C, AC, AD, BC, BD, ABD, ACD, BCD

Tab. 39 Výpočet hodnoty F a P bez interakcie ABCD

Zdroje variability (Source of Variation)	SS	df	MS	Fo	P-Value
A	0,088	1	0,088	4,135	0,0461
B	0,101	1	0,101	4,727	0,0333
C	0,759	1	0,759	35,522	0,0000
D	0,000	1	0,000	0,017	0,8971
AB	0,003	1	0,003	0,127	0,7223
AC	0,086	1	0,086	4,004	0,0496
AD	1,246	1	1,246	58,317	0,0000
BC	1,246	1	1,246	58,317	0,0000
BD	0,086	1	0,086	4,004	0,0496
CD	0,003	1	0,003	0,127	0,7223
ABC	0,000	1	0,000	0,017	0,8971
ABD	0,759	1	0,759	35,522	0,0000
ACD	0,101	1	0,101	4,727	0,0333
BCD	0,088	1	0,088	4,135	0,0461
ABCD					
Error	1,389	65	0,021		
Total	5,955	79			

Pri analýze pomocou kontrastov je situácia iná ako pri predchádzajúcej analýze.

Za štatisticky významné možno považovať faktory (A), (B), (C) a interakcie (AC), (AD), (BC), (BD), (ABD), (ACD), (BCD).

Interakciu ABCD – som z analýzy vylúčil.

3.4.2 Matematický model založený na kontraste faktorov

Matematický model vyšiel rovnako ako v predchádzajúcom modeli:

- Najvyššia hodnota je dosiahnutá pri E1(A1, B2, C2, D1)
- Druhá najvyššia hodnota je dosiahnutá pri E5 (A2, B2, C2, D2)

Rozdiel je ale v tom, že pri tomto modeli rozdiel medzi experimentom a vypočítanými hodnotami je v rozmedzí $\pm 0,6\%$

Expe.	Y	$\hat{Y}$	$\hat{Y}_2$	$\hat{Y}-\hat{Y}_2$	$\frac{(\hat{Y}-\hat{Y}_2)}{\hat{Y}} \cdot 100\%$
E4	2,24	2,251	2,240	0,011	0,5%
E8	2,26	2,250	2,261	-0,011	-0,5%
E2	2,01	1,999	2,010	-0,011	-0,6%
E6	1,99	1,997	1,986	0,011	0,6%
E3	2,26	2,266	2,261	0,005	0,2%
E7	2,09	2,080	2,085	-0,005	-0,3%
E1	2,73	2,720	2,725	-0,005	-0,2%
E5	2,53	2,533	2,528	0,005	0,2%

A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	$\hat{Y}_1$	$\hat{Y}_2$	$\hat{Y}_1-\hat{Y}_2$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,533	2,528	0,005
-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	2,262	2,262	0,000
1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	2,262	2,262	0,000
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	2,266	2,261	0,005
1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	2,262	2,262	0,000
-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1,999	2,010	-0,011
1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	2,250	2,261	-0,011
-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	2,262	2,262	0,000
1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	2,262	2,262	0,000
-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	2,720	2,725	-0,005
1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	2,080	2,085	-0,005
-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	2,262	2,262	0,000
1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1,997	1,986	0,011
-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	2,262	2,262	0,000
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	2,262	2,262	0,000
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	2,251	2,240	0,011

Y_1 – matematický model iba z významných hodnôt; Y_2 – z všetkých hodnôt okrem ABCD

Záver: zamerať sa hlavne na faktor (C) „Dĺžka krídla“ v prípadných ďalších pokusoch by som navrhol dolnú úroveň 7 hornú úroveň 14 a rovnako faktor B „Výška vrtule“.

Použitá literatúra

- [1] NENADÁL Jaroslav, PLURA Jiří, Moderní management jakosti, management press, 2008, ISBN 978-80-7261-186-7, s.125
- [2] TEREK Milan, HRNČIAROVÁ Ľubica, Štatistické riadenie kvality, Ekonomická univerzita Bratislava 2004, Edícia ekonómia, ISBN 80-89047-97-1, s. 171
- [3] JAŠKOVÁ Dana, prednáška č.5 z predmetu Pravdepodobnostné modely v riadení kvality, Trenčianska univerzita Alexandra Dubčeka, fakulta mechatroniky, (18.3.2008)
- [4] Design of Experiments (DOE), MoreSteam.com LLC, [on-line], [9.8.210], Dostupný z WWW <<http://www.moresteam.com/toolbox/t408.cfm>>
- [5] Primer on the Taguchi method, ANJIT Roy, 1990 Society of Manufacturing Engineers, ISBN 0-87263-468-X, s.8, 9
- [6] HORÁLEK Vratislav, Jednoduché nástroje řízení jakosti I, Národní informační středisko pro podporu jakosti, Výstup z projektu podpory jakosti č. 5/16/2004, Praha, 2004, ISBN 80-02-01689-0, [on-line], [14.2.2008], <http://www.npj.cz/publikace_get.asp?id_14=59>, s.45-46
- [7] Nápovede programu Microsoft Excel pre funkciu FDIST, Microsoft
- [8] MADAIN, 2 level Factorial Design, [on-line], (citované dňa 30.12.2010), [YouTube], <<http://www.youtube.com/watch?v=fiYYA6QX-2E&feature=related>>