

Rôzne metódy manažérstva kvality/jakosti

Štatistika

Práca č.4: Plánovanie experimentov 2. časť (DoE – *Design of Experiment*)

Obsah

Obsah.....	2
Zoznam obrázkov.....	2
Zoznam tabuliek.....	3
1 Úvod	4
1.1 Účel/cieľ/zámer Design of Experiment.....	4
1.2 Taguchi filozofia	5
2 Analýza – pokračovanie	6
2.1 Hodnotenie efektu.....	6
2.1.1 Grafické hodnotenie efektu faktora – normálne diagramy	7
2.2 Analýza efektov pomocou Paretovho diagramu	9
2.3 Matematický model pre predpovedanie experimentu založený na efekte faktorov.....	11
2.4 ANOVA – analýza rozptylu	12
2.5 Hodnotenie kontrastu faktora	18
2.5.1 ANOVA z kontrastov faktorov	20
2.5.2 Matematický model založený na kontraste faktorov	22
Použitá literatúra	24

Zoznam obrázkov

Obr. 1 Normálny diagram efektu	7
Obr. 2 Polovičný diagram efektu	8
Obr. 3 Efekt jednotlivých faktorov zobrazený pomocou stĺpcového diagramu	8
Obr. 4 Pareto diagram faktorov.....	10

Zoznam tabuliek

Tab. 1	Vypočítané efekty faktorov.....	6
Tab. 2	Hodnoty pre úplný normálny diagram efektu	7
Tab. 3	Hodnoty pre polovičný normálny diagram efektu	8
Tab. 4	Hodnoty pre Pareto diagram	9
Tab. 5	Výsledok matematického modelu	11
Tab. 8	Hodnoty pre výpočet ANOVA.....	13
Tab. 9	Výpočet hodnoty F pomocou metódy ANOVA.....	14
Tab. 10	ANOVA – zlúčené úrovne faktorov.....	14
Tab. 11	Výpočet ANOVA z priemerov jednotlivých experimentov	15
Tab. 12	Výpočet ANOVA s použitím všetkých nameraných hodnôt	15
Tab. 13	Výpočet ANOVA jednotlivých faktorov.....	16
Tab. 14	Postup výpočtu ANOVA	17
Tab. 15	Vypočítané hodnoty ANOVA.....	17
Tab. 16	Návrh kontrastov faktorov a ich interakcií	18
Tab. 17	Súčet odoziev	18
Tab. 18	Výpočet kontrastu faktora.....	19
Tab. 19	Kontrasty faktorov a interakcií.....	19
Tab. 20	Koeficienty potrebné k výpočtu ANOVA	20
Tab. 21	Výpočet hodnoty F a P.....	21
Tab. 22	Výpočet hodnoty F a P bez interakcie ABCD	22
Tab. 23	Koeficienty významných faktorov	22
Tab. 24	Porovnanie výsledkov z experimentu a vypočítaných pomocou matematického modelu	23
Tab. 25	Predpokladané výsledky experimentu podľa matematického modelu	23

1 Úvod

1.1 Účel/cieľ/zámer Design of Experiment

Navrhnutie experimentov má veľa potenciálnych použití v zlepšovaní procesov a výrobkov

- **Porovnanie alternatív:** keby sme okrem rozmerov papierovej helikoptéry, testovali aj druh použitého papiera (bežný kancelársky papier vs. kriedový papier). Výsledkom by bolo porovnanie alternatív použitého papiera, ak by faktor nebol významný tak by sa používala lacnejšia alternatíva a ak bol tak by sa používala drahšia/kvalitnejšia alternatíva (v tomto prípade by bolo následne potrebné zvážiť, aký vplyv má táto úroveň faktora na výsledok – pretože to zmení správanie sa papierovej helikoptéry)
- **Identifikovanie významných vstupov (faktorov):** určenie hlavných faktorov ktoré najviac ovplyvňujú výstupov (odozvu) a ich oddelenie od mnohých nepodstatných
- **Dosiahnutie optimálneho výstupu procesu (odozvy):** aké sú nevyhnutné faktory a aké sú ich úrovne (level)
- **Zníženie variability:** určenie či môžu byť faktory a ich úrovne zmenené tak, aby sme dosiahli s väčšou pravdepodobnosťou ten istý výsledok
- **Minimalizácie, maximalizácia alebo zmenenie cieľa výstupu (odpovede):** príklad z koláčom: *nakolko musí byť vlhký aby sa nerozdobil*
- **Zlepšiť proces alebo produkt „robustnosť“:** vhodnosť pre použitie za rôznych podmienok. *„môžu byť faktory a ich úrovne (recept) zmenené, tak aby koláč bol takmer rovnaký, bez ohľadu na to aký typ trúby (elektrická, plynová, teplovzdušná) bude použitý?“*
- **Vyvážené kompromisy:** keď sú tam viacnásobné kritické charakteristiky kvality (*Critical to Quality Characteristics – CTQCs*) – *„ako spraviť čo najlepší koláč s čo najmenej zložkami (čo najjednoduchší recept) a s čo najkratšou dobo pečenia?“* [1]

Pri navrhovaní experimentu, je potrebné venovať zvláštnu pozornosť na štyri potenciálne pästi, ktoré môžu vytvoriť v experimentálne ťažkosti [1]:

1. Okrem chyby merania (*measurement error*), ďalšie zdroje chýb alebo nevysvetliteľné variácie, môžu zahmlieť (zatemniť) výsledok.
2. Nekontrolovateľné faktory, ktoré spôsobujú variáciu (odchýlky) pri normálnej prevádzke „šumové faktory“ (*noise factors*). Tieto faktory ako viac strojov, rôzne zmeny (ranná zmena, poobedná zmena - *shifts*), základné suroviny a iné, môžu byť zaradené do experimentu. Kľúčová sila návrhu experimentu je schopnosť určiť faktory a nastavenia ktoré minimalizujú efekty neovplyvniteľných faktorov.
3. Korelácia môže byť často zameniteľná s príčinou. Dva faktory, ktoré sa odlišujú môžu mať vzájomný vzťah (korelačné), bez toho aby jeden pôsobil na druhý – môžu obidva spôsobiť tretí faktor.

Pr.: *V procese porcelánového smaltovania vane sa občas vyskytuje problém s drsnosťou skloviny. Manažér zistí, že tento problém sa vyskytuje v dňoch s nižšou výrobnou produktivitou. Pokiaľ by boli údaje analyzované bez znalosti o fungovaní procesu, mohlo by dôjsť k chybným záverom. Dôvodom bolo nadmerné absentérstvo, keď bežný operátori boli nahradení menej skúseným pracovníkom.*

Kľúčom je zahrnúť do procesu ľudí ktorý pracujú s procesom denno-denne.

4. Kombinácia účinkov alebo interakcie medzi faktormi vyžadujú opatrné myslenie pred vykonaním experimentu. *Pestovanie – ak pridáme viac vody má to lepší efekt, ak pridáme veľa vody začnú rastliny hniť, rovnako s hnojivom ak ho dáme veľa má to negatívny výsledok.* Faktory môžu tvoriť nelineárne efekty, ktoré musia byť študované viac

komplexne nie len s dvoj úrovňovým nastavením (3-úrovňovú analýzu procesu som nenašiel vysvetlenú, ale sú SW programy ktoré ju dokážu zrealizovať).

1.2 Taguchi filozofia

Taguchiho filozofia je založená na troch jednoduchých a podstatných konceptoch [2]:

1. Kvalita by mala byť navrhovaná do produktu a nie kontrolovaná
2. Kvalita je najlepšie dosiahnuteľná minimalizovaním odchýlok od cieľa. Produkt by mal byť navrhnutý, tak aby bol odolný voči „*nekontrolovateľnosti*“ (náhodné vplyvy).
3. Cena kvality by mala byť meraná ako funkcia odchýlky od štandardu a strata by mala byť meraná široký systém

Taguchi veril, že je lepšie zlepšovať kvalitu návrhom a zostrojením. Zlepšovanie kvality začína na samom začiatku počas etapy návrhu produktu, alebo procesu a pokračuje cez výrobnú fázu. Taguchi pozoroval že nízka kvalita nemôže byť zlepšená procesom inšpekcie, preverovania a opravy (*salvaging*). Inšpekcia iba narába so symptómami [2].

Druhý princíp sa zaoberá efektívnymi metódami. Tvrdí, že kvalita je spojená s odchýlkou od navrhnutých parametrov z cieľovej hodnoty, nezhody určitých špecifikácií [2].

Tretí princíp vyzýva na meracie odchýlky od daného navrhnutého parametra v zmysle od celkového životného cyklu ceny produktu. Táto cena môže zahrňovať cenu zošrotovania, prepracovania, inšpekcie, reklamácie [2].

2 Analýza – pokračovanie

2.1 Hodnotenie efektu

V predchádzajúcom článku (ako som spomínal v komentári) som nevypočítal efekt ale kontrast faktora. Navyše ako som neskôr zistil aj ten kontrast bol vypočítaný nesprávnym spôsobom. Opäť ho budem vysvetľovať v kapitole 2.5 Hodnotenie kontrastu faktora

Výpočet efektu faktora sa ráta ako hlavný účinok horná úroveň faktora mínus hlavný účinok dosiahnutý na dolnej úrovni.

Y								
A1=1	A2=2	B1=3	B2=7	C1=5	C2=7	D1=4	D2=6	Y
2,309	2,215	2,212	2,312	2,124	2,400	2,259	2,265	2,262

$$\text{Effect}_A = A_2 - A_1 = 2,215 - 2,309 = -0,094$$

$$\text{Effect}_B = B_2 - B_1 = 2,212 - 2,312 = 0,1005$$

		B1	B2				C1	C2				D1	D2
		3	7				5	7				4	6
A1	1	2,251	2,368		A1	1	2,125	2,493		A1	1	2,483	2,136
A2	2	2,173	2,257		A2	2	2,124	2,307		A2	2	2,036	2,395
		C1	C2				D1	D2				D1	D2
		5	7				4	6				4	6
B1	3	2,25	2,17		B1	3	2,163	2,261		C1	5	2,113	2,136
B2	7		2,63		B2	7	2,356	2,269		C2	7	2,405	2,395

$$\text{Effect}_{AB} = \frac{([A_2, B_2 - A_1, B_2] - [A_2, B_1 - A_1, B_1]) - (A_2)}{2} = \frac{(2,57 - 2,3675) - (2,173 - 2,2505)}{2} = -0,0165$$

Tab. 1 Vypočítané efekty faktorov

Faktor	Effect	Abs
A	-0,094	0,094
B	0,1005	0,1005
C	0,2755	0,2755
D	0,006	0,006
AB	-0,0165	0,0165
AC	-0,0925	0,0925
AD	0,353	0,353
BC	0,353	0,353
BD	-0,0925	0,0925
CD	-0,0165	0,0165

Významnosť faktora sa určuje týmto rozdielom, čím je tento rozdiel medzi hornou a dolnou úrovňou faktora väčší, tým je faktor významnejší.

2.1.1 Grafické hodnotenie efektu faktora – normálne diagramy

Hodnoty efektov sa zoradia od najmenšieho po najväčší (A-Z) a následne sa vypočíta pravdepodobnosť P_i

$$P_i = \frac{100 * (i - 0,5)}{m}$$

m – počet faktorov a interakcií (15); i – poradie

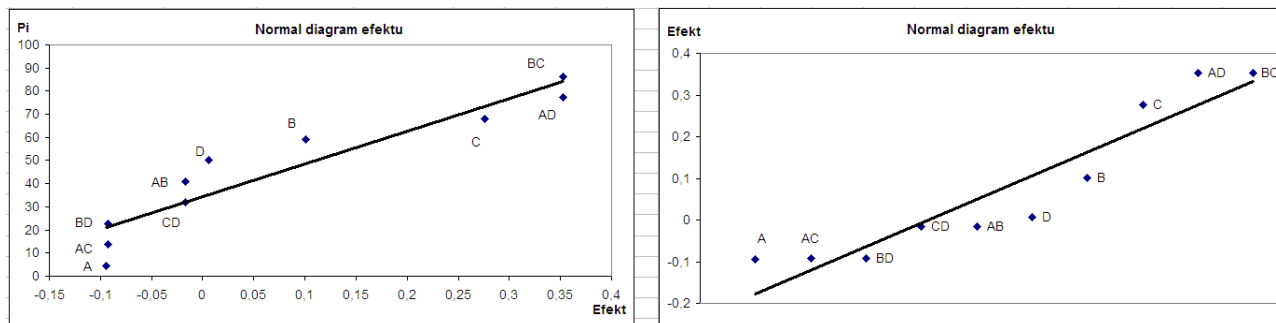
Tab. 2 Hodnoty pre úplný normálny diagram efektu

i	Fact	Effect	Pi
1	A	-0,094	4,545
2	AC	-0,0925	13,64
3	BD	-0,0925	22,73
4	CD	-0,0165	31,82
5	AB	-0,0165	40,91
6	D	0,006	50
7	B	0,1005	59,09
8	C	0,2755	68,18
9	AD	0,353	77,27
10	BC	0,353	86,36

Neviem prečo sa tieto diagramy nazývajú „úplný normálny diagram“ a „polovičný normálny diagram“.

Prvý diagram je zostrojený ako „závislosť XY“ (vľavo), kde na osi x je absolútna hodnota efektu a na osi y je pravdepodobnostné rozdelenie (p_i). Názvy jednotlivých bodov sú pridané ručne, pretože stále neviem ako by som tam mohol pridať popisku bodov. Bola by možnosť vytvoriť 10 osobitných radov a potom pridať ako popisku bodov „názov radu“, ale potom by sa nedala vytvoriť trendová čiara.

Druhý diagram má na osi x faktor a na osi y je absolútna hodnota efektu. Výzorovo sú tieto diagramy trochu odlišné pretože, na os y (os hodnôt) nemožno dať textové znaky, ale musia to byť číselné. Teda efekt je na oboch diagramoch na inej osi. Ale keďže popis hodnôt je pridaný ako „hodnoty x“ pri zmene údajov sa presunú spolu so zmenenou polohou bodov, na rozdiel od prvého, kde sú pridané ručne.



Obr. 1 Normálny diagram efektu

V týchto diagramoch sa skúma ako sa hodnoty nachádzajú okolo regresnej krivky.

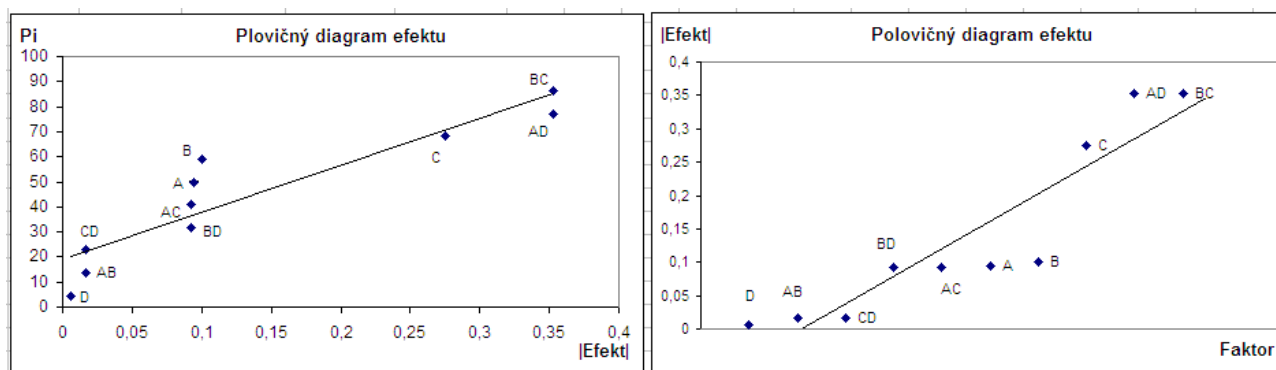
V tomto prípade sa žiadny bod nenachádza významnejšie vzdialený od regresnej krivky.

Polovičný normálny diagram efektu sa zostrojuje z absolútnych hodnôt efektov.

Opäť sa efekty zoradia od najmenšieho po najväčší (A-Z) a následne sa vypočíta pravdepodobnosť

Tab. 3 Hodnoty pre polovičný normálny diagram efektu

i	Fact	Effect	Pi
1	D	0,006	4,545
2	AB	0,0165	13,64
3	CD	0,0165	22,73
4	BD	0,0925	31,82
5	AC	0,0925	40,91
6	A	0,094	50
7	B	0,1005	59,09
8	C	0,2755	68,18
9	AD	0,353	77,27
10	BC	0,353	86,36

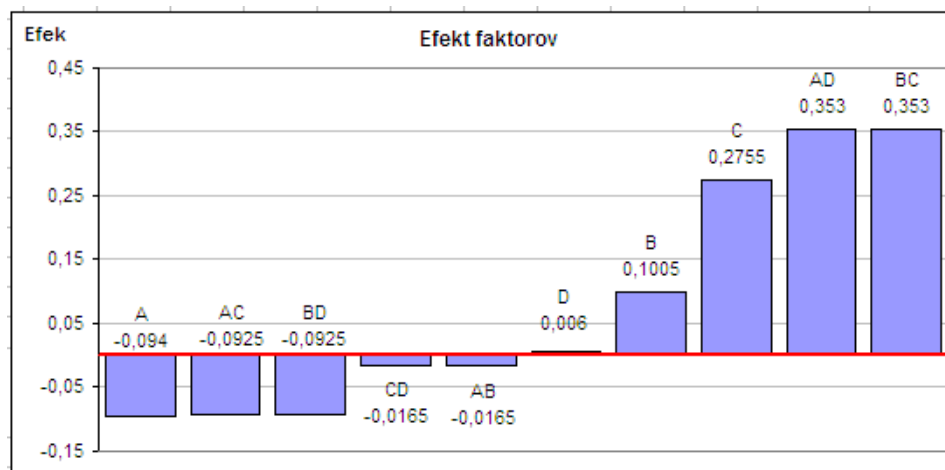


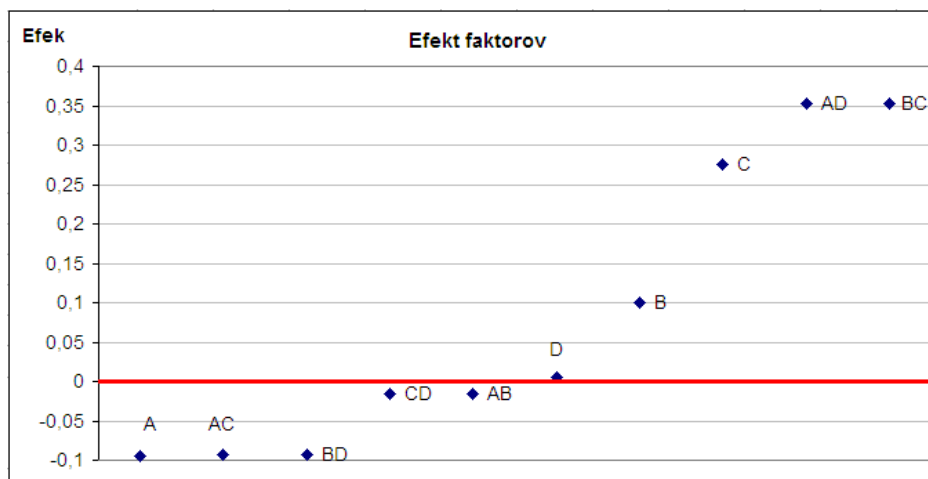
Obr. 2 Polovičný diagram efektu

Ja som sa rozhodol pre prehľadnejšie zobrazenie, zostrojiť stĺpcový diagram s hodnotami jednotlivých efektov a bodový diagram.

Najvýznamnejšie faktory sú AD, BC (0,353) a C (0,2755)

Obr. 3 Efekt jednotlivých faktorov zobrazený pomocou stĺpcového diagramu





2.2 Analýza efektov pomocou Paretovho diagramu

Pareto diagram je založený na princípe že 80% nezhôd/chýb spôsobuje 20% príčin.

Všeobecná konštrukcia Paretovho diagramu [3]:

1. Vymedzenie (určenie) všetkých možných typov nezhôd a príčin
2. Stanoviť kritérium podľa ktorého sa budú analyzovať nezhody, príčiny. Obvykle to býva početnosť, vynaložené náklady, závažnosť a podobne.
3. Stanoviť časový úsek zberu údajov
4. Zhromaždiť údaje (kontrolný list, formulár, tabuľka)
5. Hodnoty vo forme tabuľky sa usporiadajú od najväčšieho po najmenšie (Z-A)
6. Okrem absolútnej početnosti sa pridá aj kumulovaná početnosť a kumulovaná relatívna početnosť (obvykle v percentách)
7. zostrojí sa graf, v ktorom na vodorovnej osi sú uvedené všetky druhy nezhôd v rovnakom poradí ak sú v pripravenej tabuľke (teda v klesajúcom poradí). Na ľavej zvislej osi sú vynesené príslušné absolútne početnosti a na pravej zvislej osi sú vyznačené kumulatívne reaktívne početnosti. V koncových bodoch sú vynesené relatívne početnosti. Spojením bodov sa dostane lomená čiara (Lorenzova krivka).
8. Vynesie sa / pridá sa čiara hladiny dôležitosti obvykle 80%, ktorá oddeľuje nezhody ktoré je potrebné riešiť

Tab. 4 Hodnoty pre Pareto diagram

Fact	Efekt	Relatívna početnosť	Kumulatívna relatívna početnosť
BC	0,353	25,214	25,214
AD	0,353	25,214	50,429
C	0,2755	19,679	70,107
B	0,1005	7,179	77,286
A	0,094	6,714	84,000
AC	0,0925	6,607	90,607
BD	0,0925	6,607	97,214
CD	0,0165	1,179	98,393
AB	0,0165	1,179	99,571
D	0,006	0,429	100,000

$\Sigma=1,4$

Relatívna početnosť:

$$BC = (0,353/1,4) * 100 = 25,214$$

$$C = (0,2755/1,4) * 100 = 19,6785$$

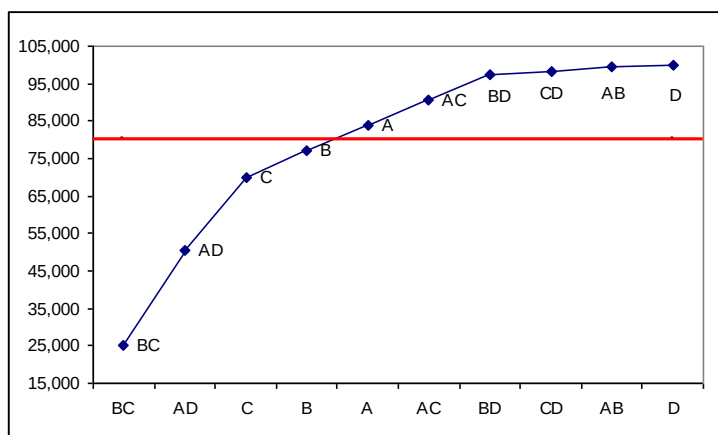
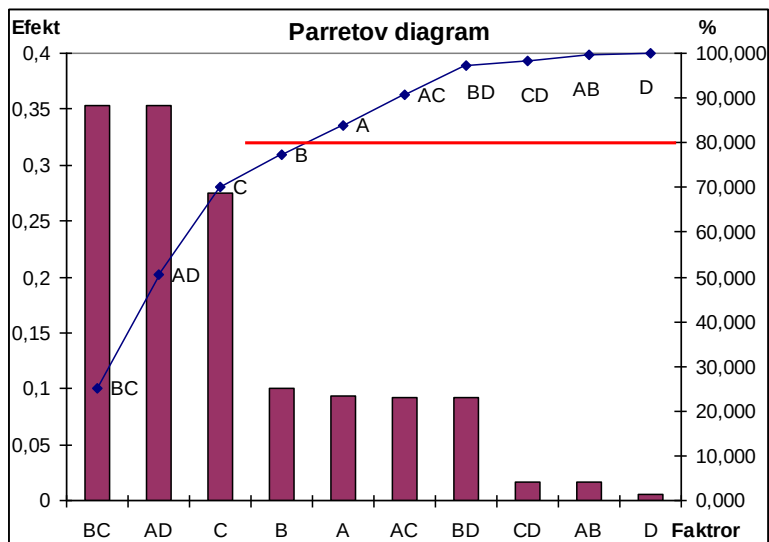
Kumulatívna relatívna početnosť

$$BC = \text{Relatívna početnosť} = 25,214$$

$$AD = \text{Kumulatívna relatívna početnosť BC} + \text{Relatívna početnosť AD} = 25,214 + 25,214 = 50,429$$

$$C = 50,429 + 19,679 = 70,107$$

Obr. 4 Pareto diagram faktorov



Neviem prečo vlastne tie najpodstatnejšie faktory na zameranie majú byť tie čo majú najnižší efekt/najnižšiu početnosť?

2.3 Matematický model pre predpovedanie experimentu založený na efekte faktorov

(Snažil som sa nájsť niekde, či v rámci experimentu nie je možné vypočítať optimálne nové hodnoty pre experiment, ale nenašiel som)

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \frac{\Delta A}{2} \cdot A + \frac{\Delta B}{2} \cdot B + \frac{\Delta C}{2} \cdot C + \frac{\Delta D}{2} \cdot D + \frac{\Delta AB}{2} \cdot AB + \frac{\Delta AC}{2} \cdot AC + \frac{\Delta AD}{2} \cdot AD + \frac{\Delta BC}{2} \cdot BC \dots$$

$\Delta A, B, C, \dots$ – hodnota efektu A, B, C ...

A, B, C ... – úroveň faktora pre danú kombináciu experimentu (1, -1)

Pre E4 (prvý riadok) bude táto rovnica nasledujúca

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \frac{-0,094}{2} \cdot (-1) + \frac{0,1005}{2} \cdot (-1) + \frac{0,2755}{2} \cdot (-1) + \frac{0,006}{2} \cdot (-1) + \frac{-0,0165}{2} \cdot (1) + \frac{-0,0925}{2} \cdot (1) \dots = 2,362$$

Rovnicu pre predpovedanie experimentu: možno využiť na otestovanie/predpovedanie výsledkov experimentov ktoré neboli zrealizované, pomocou vytvorenia rovnice v programe Excel.

(Škoda, že som nenašiel skôr tabuľku na Latinské štvorce a experiment nespravil s 8 faktormi)

Tab. 5 Výsledok matematického modelu

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	Y	$\hat{Y}$	$\hat{Y} - \bar{Y}$	$(\hat{Y} - \bar{Y}) * 100\%$
E4	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	2,240	2,362	-0,122	-5,446
E8	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	2,261	2,123	0,139	6,126
E2	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	2,010	1,796	0,214	10,672
E6	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1,986	2,956	-0,97	-48,842
E3	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,261	2,492	-0,231	-10,217
E7	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	2,085	1,871	0,215	10,288
E1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	2,725	1,848	0,878	32,202
E5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,528	2,650	-0,122	-4,826

Matematický model založený na efekte faktorov je v porovnaní s matematickým modelom založenom na kontrastoch značne nerestný.

Podľa matematického modelu v programe Excel (karta „Matem_model“) vyšiel E6 takmer 1s vyšší ako počas pokusu a vyšiel aj ako celkovo najvyššia hodnota. Druhou najvyššou hodnotou E5 kde rozdiel medzi nameranou a predpokladanou hodnotou je vyšší o 4,82%.

3.najvyššou hodnotou je matematický model A=1, B=7, C=7, D=6 => 2,5s táto kombinácia vyšla ako najoptimálnejší podľa hlavných účinkov faktorov

E1 ktorý pri realizácii experimentu vyššie ako s najvyššou hodnotou vyšiel menší o 32,2%.

2.4 ANOVA – analýza rozptylu

ANOVA – *analysis of variance* – metóda pomocou ktorej sa zisťuje vplyv faktorov na kvalitu. Vznikla v poľnohospodárstve pri skúmaní rôznych faktorov na úrodnosť plodín.

Pri tejto analýze sa testuje hypotéza, že stredné hodnoty jednotlivých skupín (faktorov a ich úrovní) sa rovnajú

One-way analysis - analyzuje sa vplyv iba jedného faktora (stĺpce alebo riadky skúmaných skupín). Metóda je založená na predpoklade, že každá skupina má normálne rozdelenie a rozptyl je konštantný medzi skupinami, ale môže byť použitá aj v prípadoch keď nie sú splnené.

Two-way analysis – analyzuje sa vplyv dvoch faktorov. Riadky predstavujú rôzne úrovne/hodnoty jednej premennej a stĺpce druhej premennej. Každé pozorovanie je reprezentované jedným bodom reprezentujúcim kombináciu daných dvoch faktorov.

Three-way analysis – je založený na modeloch a predpokladoch predchádzajúcich dvoch analýz. Počet pozorovaní sa = počet stĺpcov x riadkov x vrstiev. Je to vlastne dvojfaktorová ANOVA ibaže s opakovaným meraním.

Tab. 6 Hodnoty pre výpočet ANOVA

Fak.	Úroveň	Počet meraní n _j	Hodnoty	Priemerná hodnota úrovne	Odchýlky priemeru od úrovni t _i	n _i .t _i	SS	Reziduálne odchýlky ε _{ij}
A	A ₁	n ₁	x ₁₁	$\bar{x}_1$	$t_1 = \left(\bar{x}_1 - \bar{x}\right)^2$	n ₁ .t ₁	$= n_1.t_1$ + n ₂ .t ₂	ε_{11} = x ₁₁ - $\bar{x}_1$
			x ₁₂					ε_{12} = x ₁₂ - $\bar{x}_1$
			.					.
			.					.
			x _{1n}					ε_{1n} = x _{1n} - $\bar{x}_1$
	A ₂	n ₂	x ₂₁	$\bar{x}_2$	.	n ₂ .t ₂		ε_{21} = x ₂₁ - $\bar{x}_2$
			x ₂₂		.			ε_{22} = x ₂₂ - $\bar{x}_2$
			.		.			.
			.		.			.
			x _{2n}		ε_{2n} = x _{2n} - $\bar{x}_2$			
B	B ₁	n ₃	.	$\bar{x}_3$	.	.		.
			.		.	.		.
	B ₂	n ₄		$\bar{x}_4$				

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i}{k}$$

$$SST = \sum n_i \cdot t_i$$

$$SSE = \sum \varepsilon_{ij}^2$$

Tab. 7 Výpočet hodnoty F pomocou metódy ANOVA

Zdroj variability (Source of variability)	Stupne voľnosti (Degrees of freedom)	Suma štvorcov odchýlok (Sum of squares)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)	P-value
Faktor (Treatment, Model)	$k-1 = 1.\text{sv}$ (df _T)	$SST = \sum n_i \cdot (\bar{x}_i - \bar{x})^2$	$MST = \frac{SST}{k-1}$	$F = \frac{MST}{MSE}$	FDIST (F;1.sv;2.sv)
Rezidua (Errors)	$n-k = 2.\text{sv}$ (df _E)	$SSE = \sum (x_{ij} - \bar{x}_i)^2$	$MSE = \frac{SSE}{n-k}$		

Funkcia **FDIST** vráti hodnotu rozdelenia pravdepodobnosti F. Pomocou tejto funkcie možno určiť, či majú dve množiny údajov rôzne stupne odlišnosti [4].

Syntax: FDIST(F; stupeň voľnosti 1; stupeň voľnosti 2)

F – hodnota ku ktorej sa má vypočítať Besselova funkcia

stupeň voľnosti 1 – počet stupňov voľnosti v čitateli

stupeň voľnosti 2 – počet stupňov voľnosti v menovateli

n - počet meraní; k - počet skupín; ak $F < F_{(k-1;n-k;1-\alpha)}$ H_0 sa príma

Pri analýze som jednotlivé úrovne faktorov testoval ako osobitné kategórie hodnôt. Ak by sa hodnoty faktora zlúčili, ako jedna skupina hodnôt. Tak by sa jednotlivé hodnoty odlišovali iba rozptylom, pretože priemery jednotlivých skupín sú rovnaké (karta v zošite Excel „Anova-4fakt“).

Tab. 8 ANOVA – zlúčené úrovne faktorov

Zdroj variability (Source of variability)	Stupne voľnosti (Degrees of freedom)	Suma štvorcov odchýliek (Sum of squares)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)
Faktor (Treatment, Model)	3	0,000	0,000	0,000
Rezidua (Errors)	28	1,614	0,058	

Analýza ANOVA bola urobená z:

- priemerných hodnôt jednotlivých experimentov a
- všetkých hodnôt experimentov

Tab. 9 Výpočet ANOVA z priemerov jednotlivých experimentov

Zdroj variability (Source of variability)	Stupne voľnosti (Degrass of freedom)	Suma štvorcov odchyliet (Sum of squares)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)
Faktor (Treatment, Model)	7	0,190	0,027	0,397
Rezidua (Errors)	24	1,637	0,068	

$$F_{7;24; 0,05} = 2,6206$$

Platilo by, že $F < F_{(k-1;n-k; 1-\alpha)}$ H_0 by sa prijalo, teda priemerné hodnoty jednotlivých skupín sa rovnajú. Nenachádzajú sa žiadne významné faktory v skúmaných skupinách.

Ale, v prípade, keď som použil všetky namerané údaje nie priemerné hodnoty experimentov, vyšiel odlišný výsledok.

Tab. 10 Výpočet ANOVA s použitím všetkých nameraných hodnôt

Zdroj variability (Source of variability)	Stupne voľnosti (Degrass of freedom)	Suma štvorcov odchyliet (Sum of squares)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)
Faktor (Treatment, Model)	7	1,897	0,271	3,858
Rezidua (Errors)	312	21,923	0,070	

$$F_{7;312; 0,05} = 2,039$$

Neplatí že $F < F_{(k-1;n-k; 1-\alpha)}$ H_0 sa neprimá, pretože vypočítaná hodnota je väčšia, teda medzi jednotlivými skupinami sa nachádzajú významné faktory.

Analýzy jednotlivých faktorov som urobil pre porovnanie z:

- priemerných hodnôt jednotlivých experimentov a
- všetkých hodnôt

Tab. 11 Výpočet ANOVA jednotlivých faktorov

	Z priemerných hodnôt				Zo všetkých hodnôt			
	MST	MSE	F	F-krit.	MST	MSE	F	F-krit.
ABCD	0,027	0,068	0,397	2,4226	0,271	0,070	3,858	2,039
A	0,018	0,073	0,242	5,9573	0,177	0,074	2,385	3,9634
B	0,020	0,073	0,278		0,202	0,074	2,739	
C	0,152	0,051	2,988		1,518	0,057	26,685	
D	0,000	0,076	0,001		0,001	0,076	0,009	
AB	0,013	0,073	0,173	3,4903	0,126	0,074	1,708	2,6626
AC	0,056	0,062	0,911		0,565	0,065	8,627	
AD	0,006	0,075	0,079		0,059	0,075	0,786	
BC	0,057	0,062	0,928		0,573	0,065	8,777	
BD	0,007	0,074	0,091		0,068	0,075	0,900	
CD	0,051	0,063	0,798		0,506	0,067	7,600	

F-kritické je tabuľková hodnota pre $F_{(k-1;n-k; 1-\alpha)}$

Ako možno vidieť s tabuľky 13, pri výpočte ANOVA sa musia používať všetky hodnoty merania. Z analýzy možno usúdiť že významný je faktor C a jeho kombinácie

Jednotlivé výsledky som si porovnával aj z výsledkov získaných pomocou programu MiniTab. Tieto výsledky sa odlišovali a nevedel som prísť na to prečo my nevychádzajú rovnaké výsledky (tieto výsledky sa odlišovali v hodnote F pri faktore A,B približne o 35% a pri faktore C o 5%). Na základe ukážky riešenia ANOVA z kontrastu faktora som prišiel na nasledujúci postup výpočtu:

Problémom bolo že som vedel, že pre faktora A mám dostať $SS_A = 0,17672$ (hodnota z programu MiniTab). Náhodou som zistil, že túto hodnotu získam ak sčítam koeficienty $n_i \cdot t_i$ obidvoch úrovni faktora. Potom bol, už postup rovnaký aký bude pri analýze ANOVA pomocou kontrastu faktora

Tab. 12 Postup výpočtu ANOVA

Zdroj variability (Source of variability)	SS (Sum of squares)	Stupne voľnosti (Degrees of freedom)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)	P-value
A	SS_A	$k-1 = 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{DF_A}$	$F_A = \frac{MS_A}{MS_E}$	$P_A = \text{FDIST}(F_A; DF_A; DF_E)$
B	SS_B	1	$MS_B = \frac{SS_B}{DF_B}$	$F_B = \frac{MS_B}{MS_E}$	$P_B = \text{FDIST}(F_B; DF_B; DF_E)$
C	SS_C	1	$MS_C = \frac{SS_C}{DF_C}$	$F_C = \frac{MS_C}{MS_E}$	$P_C = \text{FDIST}(F_C; DF_C; DF_E)$
D	SS_D	1	$MS_D = \frac{SS_D}{DF_D}$	$F_D = \frac{MS_D}{MS_E}$	$P_D = \text{FDIST}(F_D; DF_D; DF_E)$
Rezidua (Errors)	$SS_E = SS_T - \Sigma(SS_A:SS_D)$	$DF_E = DF_T - \Sigma DF$	$MS_E = \frac{SS_E}{DF_E}$		
Total	$SS_T = \text{DEVSQ}(\text{namerané hodnoty})$	$DF_T = n-1$			

Total = DEVSQ(namerané hodnoty)

$$DEVSQ = \sum (x - \bar{x})^2$$

Stupne voľnosti (degree freedom) = $k-1 = 2 - 1 = 1$

$k = 2$ (sú 2 úrovne faktora)

Tab. 13 Vypočítané hodnoty ANOVA

Zdroj variability (Source of variability)	SS (Sum of squares)	Stupne voľnosti (Degrees of freedom)	Priemer štvorcov odchýlok (Mean squares)	F-hodnota (F-value)	P-value
A	0,17672	1	0,177	3,266	0,075
B	0,202005	1	0,202	3,734	0,057
C	1,518	1	1,518	28,058	1E-06
D	0,00072	1	0,001	0,013	0,908
Rezidua (Errors)	4,05763	75	0,054		
Total	5,95508	79			

Významné sú hodnoty pri ktorých hodnota $P < 1 - 0,95 = 0,05$, teda 5%

Pre zvýraznenie hodnôt ktoré vyhovujú tejto podmienke som použil podmienené formátovanie
Ako možno vidieť za významný možno považovať faktor C, prípadne aj faktor B.

2.5 Hodnotenie kontrastu faktora

Na serveri YouTube, stránka <http://www.youtube.com/watch?v=fiYYA6QX-2E&feature=related> som našiel, že pri výpočte kontrastu sa nepočíta z priemernej hodnoty, ale zo sumy nameraných hodnôt, pre daný experiment [5].

Na univerzite sme dostali iba hodnotu Y a tak som predpokladal, že tá reprezentovala priemernú hodnotu (prípadne možno v prípadovom príklade, bolo zrealizované iba jedno meranie)

Ukážka vypracovania sa nachádza na karte „Contras“

Tab. 14 Návrh kontrastov faktorov a ich interakcií

Expe.	Kontrast (contrast)														
	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
E4	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
E8	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
E2	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
E6	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1
E3	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
E7	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
E1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1
E5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

A, B, C, D – návrh experimentu podľa plánu (-1 dolná úroveň, 1 horná úroveň)

Kontrast pre prvý riadok (E4):

$$AB = A*B = (-1) * (-1) = 1 ; \quad ABC = A*B*C = (-1)*(-1)*(-1) = -1$$

Tab. 15 Súčet odoziev

Expe.	Namerané hodnoty										Suma odoziev (Response total)
	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	
E4	2,25	2,38	2,13	2,1	2,31	2,23	2,27	2,27	2,21	2,25	22,40
E8	2,12	1,88	1,97	2,18	2,1	2,7	2,36	2,26	2,67	2,37	22,61
E2	2,01	2,1	2,03	1,92	1,99	2,07	1,97	1,92	2	2,09	20,10
E6	2,02	1,85	2,08	1,88	1,99	2,09	1,96	2,03	1,98	1,98	19,86
E3	2,18	2,55	2,2	2,27	2,29	2,3	2,19	2,18	2,22	2,23	22,61
E7	1,92	1,74	1,93	2,41	2,01	2,08	2,19	2,06	2,34	2,17	20,85
E1	2,73	2,73	2,88	2,68	2,73	2,68	2,59	2,73	2,87	2,63	27,25
E5	2,49	2,52	2,46	2,48	2,49	2,51	2,6	2,56	2,6	2,57	25,28

Suma odoziev (Response total): suma hodnôt z opakovania experimentu

$$E4 = 2,25 + 2,38 + 2,13 + 2,1 + 2,31 + \dots + 2,25 = 22,40$$

Tab. 16 Výpočet kontrastu faktora

Expe.	A	Suma odoziev (Response total)	A
E4	-1	4,50	-4,50
E8	-1	4,49	-4,49
E2	-1	4,10	-4,10
E6	-1	4,00	-4,00
E3	1	4,41	4,41
E7	1	4,09	4,09
E1	1	5,36	5,36
E5	1	5,06	
Contrast: =SUM(P4:P11)			

Kontrast efektu sa vypočíta vynásobením kontrastu a sumy odoziev

Tab. 17 Kontrasty faktorov a interakcií

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
E4	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40
E8	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61
E2	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10
E6	-19,86	19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	-19,86	19,86
E3	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61
E7	20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	20,85	20,85
E1	27,25	27,25	-27,25	-27,25	27,25	-27,25	-27,25	-27,25	27,25	27,25	-27,25	-27,25	27,25	27,25	27,25
E5	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28
Contrast:	11,02	4,02	-3,76	0,24	14,12	-3,70	-0,66	-0,66	-3,70	14,12	0,24	-3,76	4,02	11,02	180,96

2.5.1 ANOVA z kontrastov faktorov

SS – Sum of Squares

$$SS = \frac{1}{n \cdot 2^k} \times (\text{Contrast})^2$$

n = 10: počet opakovaní merania

k = 4: počet faktorov (A, B, C, D)

$$SS_A = \frac{1}{10 \times 2^4} \times (11,02)^2 = \frac{1}{10 \times 16} \times 121,44 = 0,759$$

$$\text{Coff} = \frac{SS}{\text{Contrast}}$$

$$\text{Coff}_A = \frac{SS}{\text{Contrast}} = \frac{0,759}{11,02} = 0,069$$

Koeficient (*coefficient*) Bude potrebný pri matematickom modeli experimentu

$$\text{Effect} = 2 \times \text{Coff}$$

$$\text{Effect} = 2 \times 0,069 = 0,138$$

Tab. 18 Koeficienty potrebné k výpočtu ANOVA

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
E4	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	22,40	-22,40	-22,40	-22,40	-22,40	22,40
E8	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61
E2	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10	-20,10	20,10
E6	-19,86	19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	-19,86	-19,86	-19,86	19,86	19,86	-19,86	19,86
E3	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	-22,61	-22,61	22,61	22,61
E7	20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	-20,85	20,85	-20,85	20,85	20,85
E1	27,25	27,25	-27,25	-27,25	27,25	-27,25	-27,25	-27,25	-27,25	27,25	-27,25	-27,25	-27,25	27,25	27,25
E5	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28	25,28
Contrast:	11,02	4,02	-3,76	0,24	14,12	-3,70	-0,66	-0,66	-3,70	14,12	0,24	-3,76	4,02	11,02	180,96
SS:	0,7590	0,1010	0,0884	0,0004	1,2461	0,0856	0,0027	0,0027	0,0856	1,2461	0,0004	0,0884	0,1010	0,7590	204,666
Coff:	0,0689	0,0251	-0,024	0,0015	0,0883	-0,023	-0,004	-0,004	-0,023	0,088	0,002	-0,024	0,025	0,069	1,131
Effect:	0,1378	0,0502	-0,047	0,003	0,1765	-0,046	-0,008	-0,008	-0,046	0,177	0,003	-0,047	0,05	0,138	2,262
priemer:	2,262														

Zdroj variability (Source of variability)	SS (Sum of squares)	DF (Degrees of freedom)	MS (Mean squares)	F-value	P-value
A	SS_A	$k-1=1$	$MS_A = \frac{SS_A}{DF_A}$	$F_A = \frac{MS_A}{MS_E}$	$P_A =$ FDIST ($F_A; DF_A; DF_E$)
B	SS_B	1	$MS_B = \frac{SS_B}{DF_B}$	$F_B = \frac{MS_B}{MS_E}$	$P_B =$ FDIST ($F_B; DF_B; DF_E$)
C	SS_C	1	$MS_C = \frac{SS_C}{DF_C}$	$F_C = \frac{MS_C}{MS_E}$	$P_C =$ FDIST ($F_C; DF_C; DF_E$)
D	SS_D	1	$MS_D = \frac{SS_D}{DF_D}$	$F_D = \frac{MS_D}{MS_E}$	$P_D =$ FDIST ($F_D; DF_D; DF_E$)
Rezidua (Errors)	$SS_E =$ $SS_T - \Sigma(SS_A:SS_D)$	$DF_E =$ $DF_T - \Sigma DF$	$MS_E = \frac{SS_E}{DF_E}$		
Total	$SS_T =$ DEVSQ (namerané hodnoty)	$DF_T = n-1$			

Tab. 19 Výpočet hodnoty F a P

Zdroje variability (Source of Variation)	SS	df	MS	Fo	P-Value
A	0,759	1	0,759	34,975	1,42E-07
B	0,101	1	0,101	4,654	3,47E-02
C	0,088	1	0,088	4,072	4,78E-02
D	0,000	1	0,000	0,017	8,98E-01
AB	1,246	1	1,246	57,420	1,79E-10
AC	0,086	1	0,086	3,943	5,14E-02
AD	0,003	1	0,003	0,125	7,24E-01
BC	0,003	1	0,003	0,125	7,24E-01
BD	0,086	1	0,086	3,943	5,14E-02
CD	1,246	1	1,246	57,420	1,79E-10
ABC	0,000	1	0,000	0,017	8,98E-01
ABD	0,088	1	0,088	4,072	4,78E-02
ACD	0,101	1	0,101	4,654	3,47E-02
BCD	0,759	1	0,759	34,975	1,42E-07
ABCD	180,960	1	180,960		
Error	1,389	64	0,022		
Total	5,955	79			

Efekt interakcie ABCD je značne väčší ako ostatné efekty a to má značný vplyv na výsledok ostatných hodnôt F. Z tohto dôvodu som sa ho rozhodol odstrániť z výpočtov.

Tab. 20 Výpočet hodnoty F a P bez interakcie ABCD

Zdroje variability (Source of Variation)	SS	df	MS	Fo	P-Value
A	0,759	1	0,759	35,522	0,0000
B	0,101	1	0,101	4,727	0,0333
C	0,088	1	0,088	4,135	0,0461
D	0,000	1	0,000	0,017	0,8971
AB	1,246	1	1,246	58,317	0,0000
AC	0,086	1	0,086	4,004	0,0496
AD	0,003	1	0,003	0,127	0,7223
BC	0,003	1	0,003	0,127	0,7223
BD	0,086	1	0,086	4,004	0,0496
CD	1,246	1	1,246	58,317	0,0000
ABC	0,000	1	0,000	0,017	0,8971
ABD	0,088	1	0,088	4,135	0,0461
ACD	0,101	1	0,101	4,727	0,0333
BCD	0,759	1	0,759	35,522	0,0000
ABCD					
Error	1,389	65	0,021		
Total	5,955	79			

Významné sú faktory ktoré sú menšie ako 5% teda

Pre matematický model sa odporúča používať iba tie faktory a interakcie ktoré vyšli ako významné. Teda A, B, C, AB, AC, BD, CD, ABD, ACD, BCD

2.5.2 Matematický model založený na kontraste faktorov

Tab. 21 Koeficienty významných faktorov

Expe.	A	B	C	AB	AC	BD	CD	ABD	ACD	BCD	$\bar{Y}$
Coff:	0,0689	0,0251	-0,0235	0,0883	-0,0231	-0,0231	0,0883	-0,0235	0,0251	0,0689	2,262

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \Delta A.A + \Delta B.B + \Delta C.C + \Delta AB.AB + \Delta AC.AC + \Delta BD.BD + \Delta CD.CD + \Delta ABD.ABD + \Delta ACD.ACD + \Delta BCD.BCD$$

Predpokladaná hodnota E4, podľa matematického modelu je 2,513 tento výsledok je väčší o 0,011s ako bol výsledok dosiahnutý experimentom

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= 2,262 + 0,0689.(-1) + 0,0251.(-1) - 0,0235.(-1) + 0,0883.(1) - 0,0231.(1) \\ &\quad - 0,0231.(1) + 0,0883.(1) - 0,0235.(-1) + 0,0251.(-1) + 0,0689.(-1) = \\ &= 2,2513\end{aligned}$$

Tab. 22 Porovnanie výsledkov z experimentu a vypočítaných pomocou matematického modelu

Expe.	A	B	C	D	AB	AC	BD	CD	ABD	ACD	BCD	$\hat{Y}$	$\bar{Y}$	$(\hat{Y}-\bar{Y}) * 100\%$
E4	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	2,2513	2,24	1,12%
E8	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,2498	2,261	-1,13%
E2	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1,9988	2,01	-1,13%
E6	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1,9973	1,986	1,12%
E3	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	2,2663	2,261	0,52%
E7	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	2,0798	2,085	-0,52%
E1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	2,7198	2,725	-0,53%
E5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,5333	2,528	0,53%

Tab. 23 Predpokladané výsledky experimentu podľa matematického modelu

A	B	C	D	AB	AC	AD	BD	CD	ABD	ACD	BCD	$\hat{Y}$
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2,53
-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	2,26
1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	2,26
-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	2,25
1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	2,26
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	2
1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	2,27
-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	2,26
1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2,26
-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	2
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	2,08
-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	2,26
1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	2,72
-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	2,26
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	2,26
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	2,25

Použitá literatúra

- [1] Design of Experiments (DOE), MoreSteam.com LLC, [on-line], [9.8.210], Dostupný z WWW <<http://www.moresteam.com/toolbox/t408.cfm>>
- [2] Primer on the Taguchi method, ANJIT Roy, 1990 Society of Manufacturing Engineers, ISBN 0-87263-468-X, s.8, 9
- [3] HORÁLEK Vratislav, Jednoduché nástroje řízení jakosti I, Národní informační středisko pro podporu jakosti, Výstup z projektu podpory jakosti č. 5/16/2004, Praha, 2004, ISBN 80-02-01689-0, [on-line], [14.2.2008], <http://www.npj.cz/publikace_get.asp?id_14=59>, s.45-46
- [4] Nápovede programu Microsoft Excel pre funkciu FDIST, Microsoft
- [5] MADAIN, 2 level Factorial Design, [on-line], (citované dňa 30.12.2010), [YouTube], <<http://www.youtube.com/watch?v=fiYYA6QX-2E&feature=related>>